
FORMAÇÃO DE PROFESSORES DO **ENSINO** **MÉDIO**

ETAPA II CADERNO V

Pacto Nacional pelo
Fortalecimento do Ensino Médio

Matemática

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Básica

Formação de Professores do Ensino Médio

MATEMÁTICA

Pacto Nacional pelo
Fortalecimento do Ensino Médio

Etapa II - Caderno V
Curitiba
Setor de Educação da UFPR
2014

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA (SEB)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA CENTRAL
COORDENAÇÃO DE PROCESSOS TÉCNICOS

Brasil. Secretaria de Educação Básica.

Formação de professores do ensino médio, Etapa II - Caderno V:
Matemática / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica;
[autores: Ana Paula Jahn... et al.]. – Curitiba: UFPR/Setor de
Educação, 2014.

49p.

ISBN 9788589799966 (coleção)

9788584650019 (v.5)

Inclui referências

Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio

1. Ensino médio. 2. Professores - Formação. 3. Matemática –
Estudo e ensino. I. Jahn, Ana Paula. II. Universidade Federal do
Paraná. Setor de Educação. III. Matemática. IV. Pacto Nacional pelo
Fortalecimento do Ensino Médio. V. Título.

CDD 373.19

Andrea Carolina Grohs CRB 9/1384

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Sala 500
CEP: 70047-900
Tel: (61)20228318 - 20228320

MATEMÁTICA

Etapa II – Caderno V

AUTORES

Iole de Freitas Druck

Maria Cristina Bonomi

Viviana Giampaoli

Ana Paula Jahn

Italo Modesto Dutra

COORDENAÇÃO DA PRODUÇÃO

Monica Ribeiro da Silva (organizadora)

Céliu Mariano Jorge

Eloise Medice Colontonio

Gílian Cristina Barros

Giselle Christina Corrêa

Léia de Cássia Fernandes Hegeto

LEITORES CRÍTICOS

Cassiano Roberto Nascimento Ogliari

Fernando Pereira dos Santos

João Carlos Araujo

Maria Tereza Carneiro Soares

REVISÃO

Giselle Christina Corrêa

PROJETO GRÁFICO E EDITORAÇÃO

Victor Augustus Graciotto Silva

Rafael Ferrer Kloss

CAPA

Yasmin Fabris

Rafael Ferrer Kloss

ARTE FINAL

Rafael Ferrer Kloss

COORDENAÇÃO GERAL E ORGANIZAÇÃO DA PRODUÇÃO DOS MATERIAIS

Monica Ribeiro da Silva

Caro Professor, Cara Professora

Com vistas a garantir a qualidade do Ensino Médio ofertado no País foi instituído por meio da Portaria Ministerial nº 1.140, de 22 de novembro de 2013, o Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio. Este Pacto contempla, dentre outras, a ação de formação continuada dos professores e coordenadores pedagógicos de Ensino Médio por meio da colaboração entre Ministério da Educação, Secretarias Estaduais de Educação e Universidades.

Esta ação tem o objetivo central de contribuir para o aperfeiçoamento da formação continuada de professores a partir da discussão das práticas docentes à luz das novas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – DCNEM (Resolução CNE/CEB nº 2, de 31 de janeiro de 2012). Nesse sentido, a formação se articula à ação de redesenho curricular em desenvolvimento nas escolas públicas de Ensino Médio a partir dessas Diretrizes.

A primeira etapa da Formação Continuada, em conformidade com as DCNEM, trouxe como eixo condutor “Os Sujeitos do Ensino Médio e a Formação Humana Integral” e foi composta pelos seguintes Campos Temáticos/Cadernos: Sujeitos do Ensino Médio e Formação Humana Integral; Ensino Médio e Formação Humana Integral; O Currículo do Ensino Médio, seus sujeitos e o desafio da Formação Humana Integral; Organização e Gestão do Trabalho Pedagógico; Avaliação no Ensino Médio; e Áreas de Conhecimento e Integração Curricular.

Nesta segunda etapa, dando continuidade ao eixo proposto, as temáticas que compõem os Cadernos de Formação do Pacto são: Organização do Trabalho Pedagógico no Ensino Médio e Áreas de Conhecimento do Ensino Médio, em consonância com as proposições das DCNEM, considerando o diálogo com o que vem sendo praticado em nossas escolas, a diversidade de práticas e a garantia da educação para todos. A formação continuada propiciada pelo Pacto auxiliará o debate sobre a Base Nacional Comum do Currículo que será objeto de estudo dos diversos setores da educação em todo o território nacional, em articulação com a sociedade, na perspectiva da garantia do direito à aprendizagem e ao desenvolvimento humano dos estudantes da Educação Básica, conforme meta estabelecida no Plano Nacional de Educação.

Destacamos como ponto fundamental que nesta segunda etapa seja feita a leitura e a reflexão dos Cadernos de todas as áreas por todos os professores que participam da formação do Pacto, considerando o objetivo de aprofundar as discussões sobre a articulação entre conhecimentos das diferentes disciplinas e áreas, a partir da realidade escolar. A perspectiva de integração curricular posta pelas DCNEM exige que os professores ampliem suas compreensões sobre a totalidade dos componentes curriculares, na forma de disciplinas e outras possibilidades de organização do conhecimento escolar, a partir de quatro dimensões fundamentais: a) compreensão sobre os sujeitos do Ensino Médio considerando suas experiências e suas necessidades; b) escolha de conhecimentos relevantes de modo a produzir conteúdos contextualizados nas diversas situações onde a educação no Ensino Médio é produzida; c) planejamento que propicie a explicitação das práticas de docência e que amplie a diversificação das intervenções no sentido da integração nas áreas e entre áreas; d) avaliação que permita ao estudante compreender suas aprendizagens e ao docente identificá-las para novos planejamentos.

Espera-se que esta etapa, assim como as demais que estamos preparando, seja a oportunidade para uma real e efetiva integração entre os diversos componentes curriculares, considerando o impacto na melhoria de condições de aprender e desenvolver-se dos estudantes e dos professores nessa etapa conclusiva da Educação Básica.

Secretaria da Educação Básica

Ministério da Educação

Sumário

Introdução / 6

1. Contextualização e contribuições / 8

1.1 A contribuição da Matemática como saber escolar e sua relação com as necessidades da vida cotidiana / 8

1.2 Os tipos de pensamento matemático e sua relação com o fazer escolar / 9

1.3 Reconhecimento das práticas de docência: a relação da Matemática com outras áreas e outros componentes curriculares / 12

2. Os sujeitos estudantes do Ensino Médio e os direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento humano na área de Matemática / 15

2.1 Centralidade do estudante / 16

2.2 A Matemática na formação dos jovens do Ensino Médio / 19

3. Trabalho, cultura, ciência e tecnologia na área de Matemática / 24

3.1 Breves considerações históricas / 25

3.2 Conhecimentos matemáticos pertinentes a um currículo de Ensino Médio elaborado com base nas dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia / 27

4. Diálogo entre as áreas do conhecimento escolar: princípios e proposições pedagógico-curriculares / 32

4.1 Para finalizar... / 41

Referências / 43

Introdução

Qual o papel que a Matemática escolar pode desempenhar na formação humana integral dos estudantes do Ensino Médio?

Cara Professora, caro Professor, neste Caderno buscamos discutir e apontar possibilidades de respostas a essa questão. Evidentemente, a pergunta colocada é abrangente e não há resposta simples nem única para ela. No entanto, uma reflexão a esse respeito é necessária, não apenas por parte dos professores de Matemática, mas também por todos os que atuam no Ensino Médio, se acreditamos que a ação curricular integrada entre as áreas de conhecimento é fundamental para o favorecimento da formação humana integral.

Sabemos bem do estigma que a Matemática escolar tem de ser inacessível, desinteressante e inútil. Isso é reflexo das abordagens equivocadas que dominam o ensino desta ciência. Com isso, na escola, essa área tem mais contribuído para gerar inseguranças e frustrações nos estudantes do que real aprendizagem. Buscamos, aqui, discutir as características específicas da Matemática, capazes de favorecer de fato o desenvolvimento humano na escola.

Em particular, a Matemática propicia o desenvolvimento de quatro tipos específicos de pensamento: indutivo, lógico-dedutivo, geométrico-espacial e não-determinístico. Muitos de seus conhecimentos são úteis em várias situações do cotidiano, além de serem inúmeras as articulações possíveis com as outras áreas de conhecimento ou componentes curriculares, intrínsecas a situações problemas em diversos âmbitos. Essa discussão é feita na Unidade 1 desse Caderno.

Ao longo da Unidade 2, coloca-se em pauta a centralidade do jovem com seus desejos e interesses, esclarecendo que as diferentes aprendizagens são direitos de todos os jovens e que as áreas precisam encontrar maneiras adequadas para possibilitar a consecução de tais direitos, focando particularmente as potencialidades da Matemática em contribuir com o estabelecimento e a execução de atividades integradoras.

Na Unidade 3, apresentamos algumas contribuições da Matemática desenvolvidas ao longo da história que evidenciam a integração desta área com as dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia, desde suas origens. Também apontamos a necessidade da escolha de conhecimentos/conteúdos da área que, por se relacionarem intrinsecamente com essas dimensões, merecem ser destacados num currículo desenvolvido a partir das mesmas, como é proposto nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM).

Na Unidade 4, inicialmente fazemos uma reflexão sobre o papel do trabalho como princípio educativo e da pesquisa como princípio pedagógico, enquanto norteadores de abordagens pedagógico-curriculares que visem uma formação integral. Em seguida, a partir de exemplos de práticas escolares, envolvendo a área de Matemática, buscamos um entendimento mais concreto sobre as efetivas potencialidades de articulação de conhecimentos matemáticos com as demais áreas, em atividades de caráter integrador.

Salientamos que este Caderno pretende oferecer subsídios para a reflexão dos professores de todas as áreas. Seu objetivo, portanto, não inclui discussões e reflexões mais aprofundadas sobre conhecimentos

específicos da área de Matemática. Essa temática é seguramente necessária no contexto das finalidades do Ensino Médio constantes das atuais DCNEM e estará presente na terceira etapa da formação do Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio, momento em que serão promovidas discussões mais detalhadas sobre conhecimentos fundamentais de cada área de conhecimento.

Esperamos contribuir com pistas fecundas para reflexões sobre possíveis respostas à pergunta inicial, não apenas na teoria, e que sejam inspiradoras para as transformações necessárias da prática escolar no Ensino Médio, na busca pelo desenvolvimento humano e pela formação integral.

Desejamos um bom trabalho a todos e a todas!

1. Contextualização e contribuições

1.1 A contribuição da Matemática como saber escolar e sua relação com as necessidades da vida cotidiana

O fato de a Matemática estar tão intimamente ligada à atividade escolar e, ao mesmo tempo, a um conhecimento por vezes descrito como inalcançável por muitos estudantes e adultos que já concluíram a Educação Básica, torna a área particularmente importante no contexto educacional. Isso porque se faz necessário construir experiências em educação matemática capazes de superar barreiras e distâncias criadas por relações “improdutivas” entre o professor, o estudante e o conhecimento. Tais relações são reforçadas por abordagens escolares incapazes de produzir comunicação efetiva entre os saberes dos estudantes ou as suas necessidades de aprendizagem e o conhecimento, mediada pelos professores. Sobre essa problemática refletiremos com mais detalhes nas demais unidades do Caderno.

Por outro lado, há um claro **reconhecimento social** da importância do domínio básico dos conceitos e das ferramentas que a Matemática oferece para a vida humana. Tal reconhecimento é, muitas vezes, confundido com a garantia de mais espaço no currículo para a Matemática, o que não necessariamente implica em maior qualidade das aprendizagens em Matemática. Em especial no Ensino Médio, onde há treze disciplinas/componentes curriculares obrigatórios de acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2012), é preciso olhar com cuidado as atividades desses componentes e de outros definidos nas escolas, para se aproveitar das inúmeras relações existentes entre os conceitos e assuntos que todos eles podem englobar. Atividades integradoras entre as áreas de conhecimento serão discutidas na Unidade 4.

Que tal nos debruçarmos um pouco mais sobre os argumentos apresentados até aqui? Professores, qual a importância dos conhecimentos de Matemática abordados com seus estudantes no Ensino Médio? Essa pergunta, por mais simples que pareça, pode auxiliar na reflexão sobre a insuficiente relação entre os conhecimentos matemáticos tratados na escola e o cotidiano da maioria dos estudantes brasileiros. E tal pergunta também precisa ser levada em consideração por aqueles professores que não são da área de Matemática. Isso porque



Sugerimos a leitura do artigo *Por que se ensina Matemática?* de autoria de Ubiratan D’Ambrósio, um dos pioneiros na pesquisa em Educação Matemática no Brasil, disponível em:

<http://apoiolondrina.pbworks.com/f/Por%20que%20ensinar%20Matematica.pdf>

Esse texto pode suscitar algumas reflexões relativas à unidade. Faremos uso desta leitura no final da seção na atividade compartilhada.



Pensando nas relações da Matemática com o cotidiano, o link proposto serve de provocação, “Onde está a Matemática na Engenharia Civil?”, ao mesmo tempo, sugere-se uma atividade feita por um professor que tem a intenção de ampliar os conhecimentos a respeito de uma área de atuação humana na modificação do espaço. <http://portal-doprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=27230>



No Guia do Livro Didático do PNLD 2012 (BRASIL, 2011, p. 14-16; p. 24-26) apresentam-se conceitos fundamentais para a compreensão dos diferentes tipos de pensamento matemático, trazendo inclusive um breve resgate histórico sobre a questão. Professores, isso pode ser conferido no link: www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=5512:pnld-2012-matematica.

Em outras palavras

No Ensino Médio, compreendem-se como campos da Matemática escolar: números e operações, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidades.

precisamos garantir a ampliação de tais conhecimentos no sentido de possibilitar o acesso desses estudantes às práticas sociais que lhes permitam uma leitura de mundo mais crítica, bem como a compreensão dos modos de produção de conhecimento em diversas áreas.

Caros professores, se pararem para pensar, rapidamente poderão identificar várias situações nas quais os conhecimentos de Matemática são usados no dia a dia. Que tal agora tentar fazer esse exercício pensando na relação entre os conceitos e conteúdos do seu componente curricular que envolvem Matemática, e onde eles se aplicam no cotidiano? Há conceitos/conteúdos matemáticos que você não consegue relacionar ao seu cotidiano? Anote suas conclusões para posterior compartilhamento com os demais colegas.

Como já comentamos anteriormente, há muitas escolhas em relação aos conteúdos trabalhados na escola que são feitas sem levar em consideração as necessidades dos estudantes e, principalmente, sem que se procure organizar contextos em diversas áreas que auxiliem na atribuição de significados pelos estudantes. No texto “Por que se ensina Matemática?”, apresentado no primeiro “Saiba Mais” desta Unidade, há algumas pistas que poderão auxiliar nessas escolhas e na organização de seu planejamento.

1.2 Os tipos de pensamento matemático e sua relação com o fazer escolar

Caracterizar o pensamento matemático não é tarefa trivial, por mais que se queira. Em se tratando da Matemática para a escola de Educação Básica, essa tarefa se torna ainda mais delicada, uma vez que se faz necessário superar certas tradições que vêm caracterizando a escolha de conteúdos escolares sem a devida atenção à necessidade de explorar as características dessa ciência, de modo que favoreçam o desenvolvimento integral.

Mesmo com critérios de validação baseados em princípios lógicos comuns a todos seus campos, o fazer matemático mobiliza quatro diferentes tipos de raciocínios ou intuições: o pensamento indutivo (ou raciocínios plausíveis, presentes no ato de criação matemática, na formulação intuitiva de novas conjecturas a serem validadas posteriormente); o raciocínio lógico-dedutivo (próprio da Álgebra e Geometria, por exemplo, e de tudo que diz respeito a provas de propriedades em

todos os campos da Matemática); a visão geométrico-espacial (necessária para o aprendizado significativo da geometria e de suas aplicações) e o pensamento não-determinístico (característico da estatística e da probabilidade, campos que estudam eventos que envolvem aleatoriedade).

Vamos explorar um pouco mais essas ideias? Muitas atividades e exemplos podem ser pensados no sentido de construir estruturas que permitam a utilização de cada tipo de pensamento.

No caso do pensamento indutivo, podemos conceber atividades que possibilitam aos estudantes construir determinadas hipóteses, por exemplo, em relação a alguns algoritmos elementares: por que o resto de uma divisão não pode ser maior que o divisor? E como esse fato pode ser relacionado à representação decimal dos números racionais? Outra situação na qual utilizamos o pensamento indutivo, é quando generalizamos a partir de alguns casos particulares, como por exemplo, para a validação do Teorema de Pitágoras a partir do que sugerem as imagens na figura a seguir.

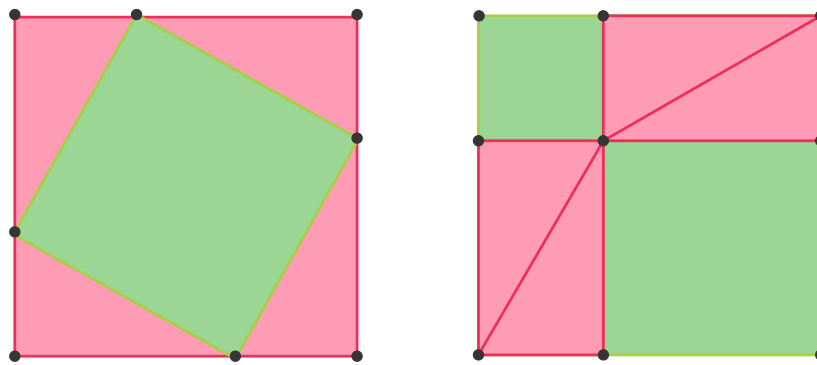


Figura 1: Você vê o Teorema de Pitágoras?

FONTE: Os autores (2014)

Na figura anterior se pode visualizar, indutivamente, que a área “do quadrado da hipotenusa” equivale à soma das “áreas dos quadrados dos catetos” de um triângulo retângulo. Por outro lado, se atribuímos valores genéricos às medidas dos catetos e da hipotenusa do mesmo triângulo e utilizarmos, como conhecimentos prévios já deduzidos, a expressão do trinômio do quadrado perfeito e as fórmulas para a obtenção das áreas do quadrado e dos triângulos, pode-se empregar o raciocínio lógico-dedutivo em uma demonstração algébrica do Teorema de Pitágoras.

Para o raciocínio lógico-dedutivo é necessário observar a utilização de determinadas regras, que podem ser simplesmente tomadas como verdadeiras ou provadas anteriormente e, a partir dessas regras, construir novas. Assim, usamos raciocínio lógico-dedutivo na dedução da relação fundamental da trigonometria ($\text{sen}^2x + \text{cos}^2x=1$) a partir do Teorema de Pitágoras e das definições das funções seno e cosseno no círculo trigonométrico, por exemplo. Da mesma forma, o fazemos quando provamos a validade da propriedade (b) a partir da propriedade (a), enunciadas a seguir:

(a) Duas retas são paralelas se, e somente se, os ângulos correspondentes determinados por elas com uma reta transversal têm medidas iguais.

(b) Uma reta que corta dois lados de um triângulo é paralela ao terceiro lado do mesmo triângulo se, e somente se, determina um triângulo semelhante ao primeiro.

A primeira propriedade é usualmente estudada no Ensino Fundamental II, enquanto que a segunda é muito útil no Ensino Médio.

Sabemos que a Geometria Analítica é um campo da Matemática que estabelece importantes relações entre os registros gráficos e algébricos de funções, o que permite, inclusive, a utilização de programas computacionais gráficos. Assim, dois registros distintos dados - um gráfico e uma equação - representam a mesma função se as coordenadas cartesianas de todos os pontos do gráfico satisfazem a equação e, vice-versa, se todas as soluções da equação forem coordenadas de pontos do gráfico dado. Consequentemente, a propriedade (b) comentada anteriormente é que nos permite comprovar, por meio de raciocínio lógico-dedutivo, que qualquer equação do tipo $y = ax + b$ representa uma reta no plano cartesiano.

No caso da visão geométrico-espacial, as estruturas que permitem o uso de tal pensamento advêm da interação com os objetos e com os movimentos no espaço físico. Podemos caracterizá-lo a partir da construção de representações mentais que possibilitam, por exemplo, reconhecer características de figuras geométricas (É um paralelepípedo? É um cubo?), interpretar relações entre objetos no espaço e estimar áreas e volumes sem medição direta; antecipar resultados de transformações de figuras planas e objetos espaciais (o que acontece quando giramos um triângulo em torno de um dos seus lados?); produzir e interpretar representações planas de objetos espaciais, plantas baixas de construções, mapas de diversos tipos, ou maquetes. Observa-se que o desenvolvimento divisão geométrico-espacial, em muitas situações, pode propiciar raciocínios indutivos e vice-versa.

Já no caso do pensamento não-determinístico, entramos no campo da incerteza e da variabilidade, duas noções que, para muitos, parecem não ter relação com a Matemática. Entretanto, são inúmeras as situações nas quais interagimos fazendo uso desse tipo de raciocínio: a definição de critérios e condições que influenciam determinados fenômenos sociais (como movimentos migratórios, intenção de voto) ou ambientais (probabilidade de chuva ou de tempestade ou valores de variação da umidade relativa do ar); a escolha de trajetos no bairro, em uma cidade ou oferecidos por sistemas de localização (GPS) levando em consideração o tempo de trajeto, o tráfego, dentre outros.

Muitas das escolhas de conteúdos feitas por nós professores parecem indicar uma abordagem mais concentrada em um determinado tipo de pensamento matemático, a saber, o raciocínio lógico-dedutivo. Ainda assim, é muito característico das abordagens mais tradicionais, confundir o pensamento lógico-dedutivo com a simples memorização de regras e fórmulas. Tal equívoco frequente induz a deturpações sobre a concepção da própria natureza da Matemática. Procedimentos e regras podem ter sua validade efetivamente comprovada apenas por meio de raciocínios lógico-dedutivos. Decorar não pode ser sinônimo de raciocinar. Executar procedimentos padrão sem compreensão, em exercícios repetitivos, não promove o desenvolvimento de raciocínio nem a aprendizagem significativa dessa ciência. A memorização de certos procedimentos, por meio da repetição de técnicas ou regras de uso muito frequentes pode até ter utilidade na continuidade dos estudos nessa área. O indesejável é a simples prescrição de regras, sem prévia discussão e validação pelos estudantes, pois não contribui para a formação integral almejada.

É importante proporcionar experiências escolares que promovam o desenvolvimento desses quatro tipos de raciocínios ou intuições, fazendo escolhas mais adequadas às necessidades de compreensão e usos dos conhecimentos matemáticos em contextos enriquecedores. Para tanto, torna-se fundamental um equi-

lívrio no uso das ferramentas que a Matemática oferece, no sentido de construir experiências que promovam o desenvolvimento dos diferentes, todavia articulados, modos de raciocinar da Matemática, possibilitando aos estudantes mobilizá-los em todas as áreas de conhecimento.

1.3 Reconhecimento das práticas de docência: a relação da Matemática com outras áreas e outros componentes curriculares

A organização curricular do Ensino Médio tem uma base nacional comum e uma parte diversificada que não devem constituir blocos distintos, mas um todo integrado, de modo a garantir tanto conhecimentos e saberes comuns necessários a todos os estudantes, quanto a formação que considere a diversidade e as características locais e especificidades regionais. (BRASIL, 2012, art. 7º)

É com esse espírito que as DCNEM tratam da organização curricular para essa etapa da Educação Básica. Nesse sentido, precisamos dar especial atenção às práticas pedagógicas instituídas e encontrar soluções que tentem alcançar o que o texto das Diretrizes propõe em relação às áreas de conhecimento: o “currículo deve contemplar as quatro áreas do conhecimento, com tratamento metodológico que evidencie a contextualização e a interdisciplinaridade ou outras formas de interação e articulação entre diferentes campos de saberes específicos”. (BRASIL, 2012, art. 8º § 1º)

A partir de uma reflexão sobre o texto das DCNEM, que práticas na docência são mais frequentes na rotina de sua escola? O que precisamos reorganizar para nos aproximarmos do que se propõe nas Diretrizes?

A organização por áreas de conhecimento não dilui nem exclui componentes curriculares com especificidades e saberes próprios construídos e sistematizados, mas implica no fortalecimento das relações entre eles e a sua contextualização para apreensão e intervenção na realidade, requerendo planejamento e execução conjugados e cooperativos dos seus professores. (BRASIL, 2012, art. 8º § 2º)

Não seria a **interdisciplinaridade**, ou outras práticas integradoras da Matemática com outros diversos conhecimentos de diferentes áreas para a compreensão ou áreas de conhecimento, uma forma de



As duas obras a seguir são exemplos de uso dos conhecimentos de matemática em diversas áreas da atuação humana. São elas: *A matemática nos tribunais: uso e abuso dos números em julgamentos* (SCHNEPS & COLMEZ, 2014); e *Os Números (Não) Mentem: como a Matemática pode ser usada para enganar você* (SEIFE, 2012). Uma similaridade entre as duas obras é que as mesmas descrevem uma série de atividades nas quais o conhecimento matemático pode ser usado como uma ferramenta para construir narrativas não necessariamente verdadeiras. Pensando em atividades que estabeleçam pontes entre a Matemática e os demais componentes curriculares, essas obras podem ser uma boa fonte de inspiração para o planejamento coletivo.

garantir espaços curriculares mais interessantes para todos, pela construção de contextos de fato significativos para os estudantes? Essa é uma questão de extrema relevância pois, como sabemos, é bastante comum a disputa de espaço/tempo escolar entre disciplinas - os treze componentes curriculares obrigatórios previstos nas DCNEM. Assim, a otimização de espaço/tempo pode abrir caminhos para atividades integradoras, das quais participem especialistas de diferentes componentes curriculares. Tais atividades, além de trazerem vantagens no aporte de contextualização e atribuição de significados aos estudantes, requerem um planejamento coletivo, o que certamente implicará na discussão sobre a relevância e pertinência de vários dos conteúdos abordados.

É importante salientar que contextualização e interdisciplinaridade são, muitas vezes, reduzidas ao uso de situações-problema ou exemplos simples em atividades de Matemática que envolvem conceitos de outros diversos conhecimentos de diferentes áreas para a compreensão curriculares/disciplinas, sem estabelecer relações mais consistentes entre eles. Assim, não podemos chamar de contexto um problema sobre movimento retilíneo uniforme ou velocidade média, cujo único objetivo é que o estudante escreva e resolva uma equação. Contexto não é mero pretexto. No âmbito do que estamos propondo aqui, é preciso que se reconheça a diferença entre exemplos simples e contextos que requerem a negociação conjunta de diversos pontos de vista, intrinsecamente pertinentes a mais de um componente ou área. Ou seja, verdadeiros contextos, no sentido de abordagens didático-pedagógicas com potencial de favorecer aprendizagens significativas, precisam envolver necessariamente diversos conhecimentos de diferentes áreas para a compreensão mais abrangente de uma situação-problema relevante. Essas questões serão retomadas em outros momentos nas Unidades 3 e 4.

REFLEXÃO E AÇÃO

Caro Professor, cara Professora,

No texto dessa Unidade fizemos a afirmação de que há um predomínio, nem sempre desejável, do pensamento lógico-dedutivo nas atividades propostas em Matemática. Você, Professor de Matemática, concorda com isso? Ou o dominante é mesmo a mera prescrição de regras e procedimentos sem comprovação?

Vamos pensar sobre o assunto? Nos exemplos que usamos no texto, há a indicação de atividades que podem ser pensadas por várias áreas ou componentes curriculares. Propomos que, em grupo, seja analisado um conjunto de atividades realizadas com os estudantes no período de uma semana. O ideal é que sejam analisadas as atividades de todos os componentes curriculares de uma determinada turma de estudantes na tentativa de observar e identificar os tipos de pensamento matemático que possam estar presentes nessas atividades. Sugerimos o uso da seguinte tabela:

Componente curricular	Breve descrição da Atividade	Tipos de pensamento matemático envolvidos

... (acrescentem as linhas que forem necessárias)

Com os dados completos dessa tabela, é possível identificar os tipos de pensamento matemático em todas as atividades? Quais serão os tipos de pensamento mais frequentes na sua área? A partir das explicações e exemplos feitos no texto, pode-se verificar o que foi afirmado em relação a ser o pensamento lógico-dedutivo o mais usado nas atividades de Matemática? Como produzir maior equilíbrio em relação aos diversos tipos de pensamento matemático? Como isso pode auxiliar em planejamentos individuais e coletivos que apontem a escolha do que será trabalhado com os jovens? É importante que o produto dessa reflexão possa ser utilizado em comparação com as outras atividades que propomos adiante.

Compartilhem essa tabela e suas reflexões em formato de artigo publicando-as no Portal EMdiálogo, disponível em: <http://www.emdiálogo.uff.br>

2. Os sujeitos estudantes do Ensino Médio e os direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento humano na área de Matemática

Professores, lembramos que no [Caderno II](#) da Etapa I desta Formação foi apresentada a ideia do jovem como sujeito do Ensino Médio. Foram fornecidas “chaves analíticas que possam facilitar o processo de aproximação e conhecimento dos estudantes que chegam à escola como jovens sujeitos de experiências, saberes e desejos”. (BRASIL, 2013a, p. 8). Foi apresentada ainda, na seção 1.1, a noção de juventude, explicitando a ideia de que, na verdade, existem “juventudes, no plural, para enfatizar a diversidade de modos de ser jovem existente”. (BRASIL, 2013a, p. 16)

Observou-se também que os diversos “problemas da juventude na escola” referem-se mais a questões de relacionamento entre jovens, professores e instituições e que a busca de “culpados” pelos conflitos vivenciados na escola revela-se completamente infrutífera. De fato, a análise dessas relações mostra que o “problema” não está reduzido somente aos jovens ou à escola e seus professores. É importante perceber que a instituição escolar faz parte de um espaço social mais amplo. Assim todas as questões que a envolvem evidenciam dificuldades que, numa visão macro, são encontradas de alguma forma nesse espaço.

Estando isso claro, torna-se necessário estabelecer estratégias para que a escola busque espaços de convivência onde todos se sintam instigados a participar da construção de conhecimentos. É fundamental superar a tendência de procurar de quem é a “culpa”, relativa àquela problemática, e desenvolver um novo olhar para a instituição escolar e para as relações entre seus diferentes agentes, não esquecendo da **inserção de todas as juventudes**, com seus saberes, desejos e direitos, na escola.

O jovem chega ao Ensino Médio proveniente de diferentes “tribos” e pode, eventualmente, vir a se integrar em algum novo grupo a partir da realidade vivida na escola. É importante que a instituição acolha os interesses juvenis. Para tanto, convém que as escolas de Ensino Médio desenvolvam projetos educacionais, de qualidade social, adequados às características das juventudes que a frequentam, permitindo que muitos dos desejos que trazem se transformem em projetos que possam ser perseguidos e concretizados. Professores, no Parecer das DCNEM, (BRASIL, 2011, p. 9) indica-se a necessidade da “rein-



Para conhecimento da completude sobre a extensão dos direitos legais, a Emenda Constitucional nº 59, de 11 de novembro de 2009 pode ser acessada pelo link:

http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/Emendas/Emc/emc59.htm

venção” da escola. Vamos refletir sobre como a Matemática pode contribuir nesse processo? Como **instigar estudantes** com a Matemática escolar quando a sala de aula é vista como um local desinteressante, caracterizado por poucas interações, ausência de espontaneidade e de questionamentos?



Professor, professora, sugerimos a leitura da reportagem publicada no Estadão, disponível em: <http://goo.gl/fSxBSv>, na qual, Fábio Porchat, jovem ator e comediante, apresenta questionamentos quanto ao ensinar e o aprender a partir de sua experiência como estudante. Você considera que seus estudantes têm a mesma percepção da escola?

Esta unidade está organizada em duas seções. Na primeira é discutida a centralidade do jovem no processo educativo, e mais especificamente, serão apresentadas algumas ideias de como o ensino de Matemática pode enfatizar tal centralidade. Na segunda seção, faz-se uma reflexão sobre o papel da Matemática no trabalho com projetos.

2.1 Centralidade do estudante

Os jovens fazem parte de grupos sociais diferentes constituídos a partir, por exemplo, de interesses, conveniências, afinidades ou proximidades regionais. Não podemos esquecer também que muitos “vivem” num mundo virtual no qual estão permanentemente conectados uns com os outros, mesmo não estando próximos fisicamente, mas acessíveis e presentes o tempo todo.

Uma formação matemática integral na Educação Básica demanda que os saberes dos estudantes sejam valorizados nas suas próprias formas de representação e expressão, e contrastados com os conhecimentos historicamente estabelecidos, garantindo a integração de suas vivências e experimentações com aquelas próprias à ciência. É fundamental situar a relação dos estudantes com a Matemática na perspectiva de um sujeito ativo e social que atua na produção e transformação das realidades e da sua própria existência. Neste sentido, torna-se essencial que contextos de seus efetivos interesses sejam considerados na escola. A fim de estabelecer um permanente diálogo entre esses saberes e a prática educativa, particularmente em Matemática, é desejável buscar situações que possibilitem aos jovens perceber a presença de conhecimentos desta área em atividades diversas, sendo elas artísticas, esportivas, educacionais, de trabalho, ou outras.

Observem, por exemplo, o trecho da música *Capítulo 4, Versículo 3* dos Racionais MC's que destacamos a seguir:

60% dos jovens de periferia sem antecedentes criminais
já sofreram violência policial.
A cada 4 pessoas mortas pela polícia, 3 são negras.
Nas universidades brasileiras apenas 2% dos estudantes são negros.
A cada quatro horas, um jovem negro morre violentamente em São Paulo. ...
Vinte e sete anos contrariando a estatística.
Seu comercial de TV não me engana.
Eu não preciso de status nem fama.
Seu carro e sua grana já não me seduz...

No contexto de gêneros musicais da preferência de certos grupos de jovens, é possível encontrar textos como esse que têm o potencial de favorecer um trabalho integrado com professores de várias áreas, não é verdade?

A seguir, foram selecionados, para uma discussão mais aprofundada, dois aspectos que têm se mostrado muito presentes em todas “as juventudes” ou “tribos” que chegam ao Ensino Médio atualmente: a perda da curiosidade inerente à infância e a conexão com o mundo virtual, particularmente com as redes sociais. Tal escolha deve-se ao fato de considerarmos ser a Matemática uma área especialmente propícia para favorecer tanto a “recuperação da curiosidade perdida”, como para acolher e contrastar a “febre de conexão com o mundo virtual”, dominante entre os jovens, com os conhecimentos matemáticos escolares. O tema das juventudes é amplo e certamente não se esgota nesses dois aspectos.

Desde criança, o estudante normalmente possui um vasto repertório de perguntas que vão desde o “*por que?*”, “*como?*”, “*o quê?*” até algumas mais elaboradas do tipo “*e se fosse assim....?*” Ao chegar à escola, seu caráter inquiridor, curioso, está sempre presente. Há tantas coisas para descobrir, interesses variados, estímulos interessantes...

Entretanto, conforme os anos escolares vão passando, em geral a curiosidade vai tristemente diminuindo, não é mesmo? Será porque ela foi vetada por procedimentos autoritários ou paternalistas? Paulo Freire já refletiu sobre isto:

Se há uma prática exemplar como negação da experiência formadora é a que dificulta ou inibe a curiosidade do educando e, em consequência, a do educador. É que o educador que, entregue a procedimentos autoritários ou paternalistas que impedem ou dificultam o exercício da curiosidade do educando, termina por igualmente tolher sua própria curiosidade. Nenhuma curiosidade se sustenta eticamente no exercício da negação da outra curiosidade.

[...] Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino. (FREIRE, 1996, p. 94)

Ao chegar no Ensino Médio, de um modo geral, as questões de diversos jovens frequentemente não envolvem problemáticas muito elaboradas, as perguntas são cada vez mais particulares, localizadas, com interesses imediatos.

Nos dias de hoje, dada a facilidade de acesso à informação, muitos jovens, se porventura tiverem algum questionamento ou pergunta, acreditam que a Internet possa responder e, na sua visão, de forma rápida e eficiente. Na verdade, sites de busca podem fornecer respostas satisfatórias, mas, na maioria das vezes, é necessário um nível de crítica e questionamento adequados, não sendo possível aceitar, a priori, todas as opções que aparecem como resposta. Evidentemente, dependendo da pergunta colocada, será necessária, além de uma seleção criteriosa, uma leitura cuidadosa e aprofundada do material escolhido para poder concluir sobre o assunto pesquisado. Em todo caso, o discernimento e a crítica são características importantes a serem desenvolvidas no estudante do Ensino Médio. É essencial, paulatinamente, conduzir o jovem para uma revisão de seus saberes ou crenças, e para, em particular, uma desmistificação do poder absoluto da Internet.

Especificamente em atividades matemáticas, é fundamental a crítica relativa aos resultados obtidos na máquina, como no caso das aproximações de números com infinitas casas decimais. O que é uma limitação “natural” da máquina pode possibilitar uma discussão frutífera com os estudantes, que envolve um “preconceito” relativo à tão difundida exatidão na Matemática. De fato, numa máquina, seja ela uma calculadora relativamente simples ou o mais sofisticado computador,



Figura 2: Jovem e Celular.

FONTE: Multimeios - SEED/PR (2014).

Disponível em: <http://goo.gl/utMRpC>

não há espaço para o “infinito”. No visor ou na tela sempre aparecerá uma quantidade finita de dígitos, o que, no caso de um número com infinitas casas decimais, constitui uma aproximação. Outro exemplo interessante pode ser observado numa curva desenhada utilizando um software gráfico, onde é possível perceber que, na realidade, tal curva é constituída por uma coleção de segmentos de reta. Novamente, tal situação merece uma reflexão interessante com os estudantes.

Professores, consideramos importante ter claro que a utilização de qualquer tipo de **tecnologia digital** não tem por objetivo a simples redução do tempo empregado em determinada atividade que poderia ser realizada manualmente. Isso pode até ocorrer, mas não é o principal objetivo. O essencial é abrir o leque de possibilidades para o fazer e o pensar matemático, buscando reconhecer e valorizar os conheci-



Caro professor, cara professora, o texto e o vídeo de Michel Serres apresentam interessantes e provocativas ideias para sua reflexão sobre a importância da inserção das tecnologias digitais na escola.

<http://goo.gl/0Is2FN>

mentos e diferentes formas de expressão dos estudantes, a fim de estabelecer um permanente diálogo com a prática educativa.

Nos dias de hoje, as transformações culturais mais decisivas provêm de mutações tecnológicas. Assim sendo, as relações entre cultura e comunicação se modificam e se acentuam para a atual geração juvenil. Com efeito, **as tecnologias da informação e da comunicação (TICs) transformam-se em verdadeiras marcas de identidade dos jovens** assim como são instrumentos de demarcação de fronteiras sociais. (BRASIL, 2014, p. 79, grifos nossos)

Como sugere Moran, a educação escolar precisa compreender e incorporar mais as novas linguagens, desvendar os seus códigos, dominar as possibilidades de expressão e as possíveis manipulações. É importante educar para usos democráticos, mais progressistas e participativos das tecnologias, que facilitem os processos de construção do conhecimento. (MORAN, 1999, p. 5-6). E ainda, se por um lado as TIC favorecem a comunicação e a identificação entre os jovens propiciando novos processos de socialização, por outro, podem também “produzir novas e mais severas formas de exclusão social, aprofundando as desigualdades sociais”. (BRASIL, 2014, p. 80)

De qualquer forma, é preciso ter claro que urge a educação para as mídias, a fim de compreendê-las em seus alcances, criticá-las e utilizá-las da forma mais abrangente. Cabe à escola ser um lugar importante no qual o jovem possa desenvolver sua capacidade de utilização dessas mídias, para inclusive, exercer plenamente sua cidadania.

Outro fato a ser considerado é que, em geral, os jovens sabem mais e melhor utilizar as ferramentas informáticas do que os adultos. A possibilidade que se abre dessa maneira é a de os estudantes poderem vir a compartilhar conhecimentos com o professor. Em geral, tal situação pode ser muito prazerosa porque os estudantes se sentem valorizados por possibilitarem aos seus professores a aprendizagem: os papéis se invertem na sala de aula.

Frota e Borges (2004, p. 2) esclarecem que superar as barreiras para o uso efetivo de tecnologias digitais na sala de aula depende de dois movimentos: do professor enquanto sujeito, no sentido de se formar para uma incorporação tecnológica; e do sistema educacional como um todo, enquanto responsável pela implantação de condições para essa formação e demais aspectos relativos à tal inserção.

2.2 A Matemática na formação dos jovens do Ensino Médio

Uma das principais finalidades da Matemática é a de desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, de analisar criticamente uma situação, considerando suas diferentes possibilidades ou restrições. O ensino de Matemática com tal foco favorece a formação de cidadãos aptos a realizar intervenções na realidade, a partir da compreensão de problemas e situações da sociedade atual.

Os tipos de raciocínios ou intuições – pensamento indutivo, raciocínio lógico-dedutivo, visão geométrico-espacial, pensamento não-determinístico – são peculiares ao fazer matemático, como discutido na Unidade 1, expressos por meio de linguagens que lhe são próprias. Cabe à Matemática escolar propiciar aos estudantes o desenvolvimento de tais modos de pensar e a apropriação significativa das formas de representar objetos matemáticos. Para tanto, será importante promover ações didático-pedagógicas que levem os jovens a realizar atividades tais como: explorar/experimentar, fazer conjecturas, procurar generalizações ou o que há de invariante numa situação, entre outras, e também a fazer os registros de suas observações e hipóteses, usando diferentes tipos de representações.

É importante fazer com que o estudante compreenda que, em Matemática, não basta uma hipótese ou conjectura ser verificada em um ou alguns casos para concluir-se que a afirmação seja verdadeira sempre. É imprescindível encontrar propriedades e argumentos matemáticos para validá-la ou fornecer um contraexemplo para rejeitá-la, assim como poder comunicar suas conclusões em linguagem apropriada. Tais procedimentos levam ao desenvolvimento de aspectos essenciais da competência matemática e de repertório de linguagens específicas que permitem a comunicação adequada das ideias na área. É nessa perspectiva que o ensino pode contribuir para desenvolver uma atitude positiva face à Matemática e, de modo mais amplo, face à ciência. De fato, levar os estudantes a desenvolver a atitude/curiosidade de formular conjecturas e procurar validá-las, desenvolve o espírito crítico, a capacidade de argumentação e a criatividade.

Entretanto, tradicionalmente a Matemática escolar privilegia cálculos e memorização e o ensino é focado em técnicas operatórias e prescrição de procedimentos, sem justificativas; também, as avaliações costumam restringir-se a repetições das mesmas técnicas ou procedimentos. Assim os estudantes incorporam a ideia de que Matemática é tão somente executar ações do tipo: “calcular”, “efetuar”, “simplificar”, “determinar” etc. E mais, a ênfase no seu caráter técnico e formal, a falta de conexão entre os diferentes campos e suas aplicações limitam a percepção dos jovens que acabam considerando a Matemática como um mero conjunto de regras, fórmulas e procedimentos.

Pensando novamente naquela criança curiosa, que chega no início da escolaridade querendo saber “... e se fosse...?”, podemos observar sua busca por situações novas, talvez mais gerais, querendo eventualmente descobrir padrões, regularidades que, mantidas as devidas proporções, se aproxima da atitude de uma pessoa que quer estudar ou produzir Matemática. É importante que esse tipo de atitude seja estimulado nos jovens que, muitas vezes, perderam a curiosidade. Cabe ao professor, nos espaços de aprendizagem de Matemática em todos os níveis escolares, particularmente no Ensino Médio, resgatar essa salutar característica do ser humano.

Em outras palavras

Os projetos que destacamos nesta unidade são os referentes à pesquisa como princípio pedagógico. Esses projetos podem também ser tratados como componentes curriculares, diferentes dos obrigatórios. Vale salientar que estes não estão desvinculados dos projetos de vida dos estudantes, como vimos na Unidade 3 do [Cademio II](#) da Etapa I.

Precisamos ter presente que, segundo Machado (2000), mais do que ministrar conteúdos, cabe ao professor a tarefa de estimular a elaboração de **projetos**. Uma vez que um projeto nasce de uma pergunta, é importante então fazer renascer nos estudantes a capacidade de formular perguntas.

Para o autor, o conhecimento exige “a capacidade de estabelecer conexões entre elementos informacionais, aparentemente desconexos, processar informações, analisá-las, relacioná-las, (...) organizá-las em sistemas”. (MACHADO, 1995, p. 67-68). E, continuando, adverte sobre a necessidade de

[...] administrar conhecimentos disponíveis, construir novos conhecimentos, administrar dados ou informações disponíveis, organizar-se para produzir novos dados e informações, **sempre em razão de uma ação intencional tendo em vista atingir objetivos previamente traçados**, ou seja, visando à realização de um projeto. (MACHADO, 1995, p. 68, grifo nosso)

Acima do conhecimento existe o nível da inteligência que, segundo o autor, pode ser associada à capacidade de ter projetos. Mais ainda, é importante ter claro que o homem não vive sem projetos, sem desejos, sonhos, bem como não é possível ter projetos pelos outros.

A inteligência humana se revela na capacidade do homem estabelecer seus objetivos e em sua busca para concretizá-los, ou seja, em sua capacidade de elaborar e executar um projeto.

Assim, um dos grandes objetivos da escola é o de fazer com que seus estudantes, tanto considerados individualmente como em grupos, tenham interesses, questionamentos, queiram encontrar respostas para suas perguntas ou, em poucas palavras, venham a ter projetos. Nesse sentido, é muito importante favorecer a formulação de perguntas por parte dos estudantes.

Observe, professor e professora, que só é possível pensar em uma pergunta sobre um tema se existe algum conhecimento a seu respeito. Assim, em lugar de apenas propor exercícios para verificar se os estudantes conhecem as técnicas para resolvê-los, será interessante solicitar também que eles próprios proponham questões para, em seguida, discuti-las e validarem ou não suas respostas. Se o estudante não aprendeu, não conseguirá propor uma questão ou problema interessante, original e criativo. E depois, nem mesmo saberá resolver

com compreensão, de maneira a avaliar criticamente os resultados, inclusive porque acredita que resolver significa simplesmente dar uma resposta reproduzindo uma técnica já apresentada em sala de aula.

Talvez seja importante insistir: uma vez que se espera que o estudante aprenda a ter projetos e, ainda antes, seja capaz de se fazer perguntas, torna-se necessário estimulá-lo o tempo todo para isto. Será também possível estabelecer entre os estudantes a permuta de questões criadas por eles próprios. Evidentemente, tal trabalho fornecerá muitas informações. A questão proposta pelo estudante é pertinente? A questão proposta é original? É criativa? Estas e outras questões que o professor considerar relevantes, virão a constituir um repertório interessante para que conheça melhor cada um de seus estudantes, podendo ser parte de uma avaliação diagnóstica qualitativa de sua classe.

Para concluir, convém salientar três pontos: a) o estudante que não conseguiu formular uma questão de maneira adequada não poderá ser menosprezado, mas estimulado a tentar fazer uma nova pergunta melhor elaborada; b) **atividades investigativas** costumam favorecer o engajamento dos jovens e, naturalmente, provocam questionamentos; c) finalmente, não esqueçamos que, ao ser desafiado, o jovem procura dar uma resposta à altura do esperado.

Cabe ainda uma reflexão sobre o importante papel da avaliação do processo educativo, particularmente em atividades com projetos. É necessário possibilitar que cada um dos estudantes compreenda suas aprendizagens e desenvolvimentos nesses processos e que estes possam ser identificados pelos professores, assim como analisar os sucessos e dificuldades de percurso para novos planejamentos.

É importante que a avaliação de um projeto seja cuidadosamente prevista e imaginada em cada etapa da execução, ou seja, uma avaliação contínua. Mas afinal, o que deve ser avaliado?

Evidentemente, é necessário avaliar a consecução dos objetivos, mas isso não basta. Todas as ações empreendidas precisam ser avaliadas, isto é, importa examinar o percurso e não apenas os resultados obtidos. Na execução de qualquer projeto, podem ocorrer mudanças de rota, justamente em função dessa avaliação processual.

Uma avaliação adequada necessita considerar todas as ações, observar como e porquê foram realizadas e também a participação de todos e cada um dos agentes envolvidos, isto é, que desempenharam algum papel para o desenvolvimento do projeto.

Em outras palavras

Como afirmam Ponte, Brocado e Oliveira (2003), investigar é procurar conhecer o que não se sabe. Em português, com um significado muito próximo, senão equivalente, *temos os termos pesquisar, inquirir, examinar.*

Para esses pesquisadores em Educação Matemática, as atividades investigativas são de natureza exploratória e aberta. Numa investigação matemática, parte-se de uma questão geral ou de um conjunto de informações a partir das quais se procura formular pergunta(s) e produzir diversas conjecturas. Depois, testam-se essas conjecturas – algumas podem ser descartadas ou abandonadas por meio de contraexemplos, e outras, por se revelarem corretas, podem ser aprofundadas. É interessante observar que nesse processo, novas questões ou conjecturas surgem ou são formuladas e aquelas iniciais são eventualmente modificadas ou abandonadas. As conjecturas que subsistem estimulam a busca da necessária validação matemática. Desta forma, a atividade adquire certo grau de imprevisibilidade e demanda do professor flexibilidade para lidar com as novas situações que podem surgir ao longo do processo. Para conhecer mais sobre a perspectiva desses autores, sugerimos a leitura do artigo:

PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**, 2, p. 3-10. Disponível em:

[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Rev-SPCE\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Rev-SPCE).pdf)

Acesso em: 24/7/2014.



Aqui sugerimos uma leitura complementar que pode ser interessante. O texto é do Prof. Paulo Abrantes e trata de avaliação no contexto da Educação Matemática. Mesmo para quem não é professor de matemática, muitas das reflexões propostas ali podem ser aproveitadas para todas as áreas.

ABRANTES, P. Avaliação e Educação Matemática. **Série Reflexões em Educação Matemática.** MEM/USU - GEPEM, (1995).

Na dependência do projeto, instrumentos de avaliação poderão ser variados e diferentes, como: observações, diário de bordo, registros de ações e resultados, discussão entre os personagens (autoavaliação), discussão em grupos; diagnóstico final sobre as transformações obtidas, comparativamente com um diagnóstico inicial.

REFLEXÃO E AÇÃO

Caro Professor, cara Professora,

Nessa unidade discutimos sobre as juventudes no Ensino Médio e do reconhecimento que, em geral, a curiosidade e a criatividade são pouco exploradas no cotidiano da escola para esses grupos. Vamos, então, fazer um exercício em torno da construção de um projeto que possa sustentar um trabalho coletivo dos estudantes e uma interação entre os diversos componentes curriculares? Isso pode ser realizado entre vocês professores e, depois, transposto para um planejamento nas atividades da escola junto com os jovens.

Formulem uma ou mais perguntas em uma área de interesse do grupo. Percebam que é necessária uma negociação para a escolha dessas questões. Como foi a de vocês? A partir das escolhas feitas elaborem um projeto. Para tanto, propomos discutir as justificativas (por que o projeto é importante?) e os objetivos ou finalidades (o que se pretende alcançar com o projeto?). Outra discussão fundamental tem a ver com a metodologia ou planejamento de atividades (como o projeto será desenvolvido?). Por fim, quais instrumentos podem ser utilizados para a compreensão sobre o quanto os objetivos foram atingidos e sobre a adequação do planejamento? (Avaliação processual e das aprendizagens).

Cada área de conhecimento ou componente curricular consegue se inserir nesse trabalho? Como identificar conhecimentos da área a partir das escolhas feitas por vocês? Como planejar atividades como essa no seu contexto? É preciso modificar a divisão dos tempos e repensar os espaços da escola?

Se ficaram interessados, sugerimos como leitura suplementar a seguinte obra: Trajetórias Criativas - Caderno 7 - Iniciação Científica disponível em: <http://goo.gl/HFLxDc>

3. Trabalho, cultura, ciência e tecnologia na área de Matemática

No [Caderno IV](#) da Etapa I da Formação de Professores do Ensino Médio, foi feita uma discussão aprofundada sobre o papel de eixo integrador entre os conhecimentos de distintas naturezas, que as atuais DCNEM atribuem às dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia nessa fase escolar. Lá são explicitados os significados em que cada uma dessas dimensões é entendida nas Diretrizes, e também destacada a importância de que o ensino escolar aborde os conteúdos como “**conhecimentos construídos historicamente** que se constituem como condição necessária para que os educandos possam construir novos conhecimentos e compreender o processo histórico e social pelo qual os homens produziram e produzem sua existência, com conquistas e problemas”. (LUKÁCS apud BRASIL, 2013c, p. 25, grifo nosso)

Nesta Unidade iremos apresentar algumas reflexões sobre como a Matemática articula-se especialmente com as quatro dimensões integradoras, mas, também com as demais áreas de conhecimento no Ensino Médio. Professor, professora, sugerimos fortemente que releia as páginas de 20 a 36 do Caderno IV citado. Aqui destacamos alguns trechos dos [Caderno III](#) e [IV](#) da primeira fase da formação, apenas para relembrar os significados que as DCNEM fixaram para essas dimensões, mais amplamente discutidas nas páginas acima mencionadas.

Entendemos como **trabalho** o modo pelo qual o ser humano produz para si o mundo, os objetos e as condições de que precisa para existir. [...]

Nessa perspectiva, se identificamos o trabalho com essa ação transformadora consciente do ser humano, chamaremos de **cultura** o conjunto dos resultados dessa ação sobre o mundo. [...] A cultura é o próprio ambiente do ser humano, socialmente formada com valores, crenças, objetos, conhecimentos etc. (BRASIL, 2013c, p. 21-22, grifos dos autores)

A esta concepção de trabalho está associada a concepção de **ciência e tecnologia**: conhecimentos produzidos, sistematizados e legitimados socialmente ao longo da história, como resultado de um processo empreendido pela humanidade na busca da compreensão e da transformação dos fenômenos naturais e sociais. (BRASIL, 2013b, p. 23, grifos dos autores)

Além disso, as DCNEM preveem no seu artigo 5º, alínea VIII, que a Organização do Ensino Médio baseia-se na “**integração entre educação e as dimensões do trabalho, da ciência, da tecnologia e da cultura como base da proposta e do desenvolvimento curricular**”. (DCNEM, 2012, grifo nosso). No artigo seguinte, lê-se,

Art. 6º O currículo é conceituado como a proposta de ação educativa constituída pela seleção de conhecimentos construídos **pela sociedade, expressando-se por práticas escolares que se desdobram em torno de conhecimentos relevantes e pertinentes**, permeadas pelas relações sociais, articulando vivências e saberes dos estudantes e contribuindo para o desenvolvimento de suas identidades e condições cognitivas e socioafetivas. (BRASIL, 2012, grifo nosso)

Em que o nosso grifo tem por objetivo explicitar uma das ideias que norteou a organização dessa Unidade 3. A outra ideia partiu do destaque da citação anterior de Lukács.

Ao longo do tempo, o homem desenvolveu por sobrevivência, meios para suprir necessidades, realizando, em geral, avanços em benefício da humanidade. Por outro lado, intervenções na natureza foram feitas também no sentido de dominá-la, para satisfazer necessidades momentâneas de grupos específicos, a serviço de interesses econômicos ou outros de grupos com maior capacidade de influenciar o poder. Até hoje, observamos ações equivocadas nessa mesma direção, apesar da maior informação sobre a necessidade de desenvolvimento sustentável do ser humano no planeta. Reflexões sobre esses assuntos favorecerão uma formação de cidadãos conscientes e capazes de analisar as contradições, os avanços e os retrocessos que o homem fez para constituir a sociedade contemporânea.

O que segue pretende explicitar, a partir da área de Matemática e em situações mais concretas, as questões discutidas de forma geral anteriormente e no [Caderno IV](#), antes mencionado. Inicialmente, fazemos uma breve discussão sobre a Matemática na história, salientando como a produção desses conhecimentos teve ligações estreitas com trabalho, cultura, ciência e tecnologia. A seguir, discutiremos exemplos de conhecimentos e conceitos matemáticos próprios do Ensino Médio, que consideramos relevantes e pertinentes se quisermos pensar um desenvolvimento curricular que efetivamente seja embasado nas dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia.

3.1 Breves considerações históricas

As origens dos conceitos matemáticos são tão antigas quanto a própria cultura. As motivações para a construção desses conceitos foram problemas ligados, por exemplo, ao comércio, à agricultura, às construções de grande porte ou às observações e registros sobre corpos celestes, com a finalidade de produzir objetos ou condições necessárias para a existência humana (trabalho), o que acarretou o desenvolvimento de ciência e tecnologia, constituindo portanto a cultura das respectivas épocas e sociedades. Em particular, a resolução de tais problemas de ordem prática, ou de questões culturais mais amplas, acabou por gerar conhecimentos, e dentre eles, conhecimentos matemáticos.

Assim, por exemplo, o desenvolvimento de calendários foi uma questão central na China antiga, e os babilônios elaboraram sistemas de cálculo de áreas e métodos para a resolução de problemas comerciais, como estimativas de tempos, cálculos para a fixação de preços e empréstimos, dentre outros. Por sua vez, os egípcios usaram conhecimentos matemáticos para a construção de suas pirâmides e, na Grécia antiga, Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.) utilizou conhecimentos para construir diversos tipos de artefatos.

Gerada a partir de necessidades sociais ligadas, entre outras, à economia, à política ou até a questões bélicas, a Matemática foi uma produção humana, e portanto, uma manifestação cultural, sendo enquanto produção humana, tanto determinante quanto determinada pelo trabalho, pela ciência

e pela tecnologia. São exemplos disso, na Antiguidade, os relógios solares e as construções arquitetônicas de grande porte ou catapultas de longo alcance. Além disso, desde as inscrições deixadas em cavernas, podem-se constatar atividades tipicamente humanas de registrar, figurativamente, animais ou cenas de caça. Enfim, registros imagéticos de legados culturais de suas épocas.

Ao longo do tempo, os registros foram se transformando em acervos de esquemas de representação, talvez primórdios das representações hoje próprias à Geometria. Embora a origem desse campo matemático possa ser encontrada no antigo Egito, onde surgiu a necessidade de se efetuar medições da terra devido às inundações periódicas do rio Nilo, são da Grécia antiga os primeiros registros encontrados de ideias desenvolvidas de maneira axiomática, ou seja, explicitando raciocínio lógico-dedutivo.

Assim, no século VI a.C., a escola pitagórica unia Matemática, Filosofia e misticismo, deixando registros de importantes relações entre números e figuras geométricas. O legado de **Os Elementos**, de Euclides de Alexandria (século III a. C.), imprime a marca até hoje característica da Matemática como ciência hipotético-dedutiva. Primeiro tratado sistemático encontrado sobre o conjunto dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos da Grécia antiga, a obra contém a teoria axiomática sobre a Geometria Euclideana plana e espacial e a importante contribuição da teoria das proporções de Eudoxo de Cnido (390 a.C. - 338 a. C.).



Um dos autores de uma importante edição de *Os Elementos* foi Teon de Alexandria, pai da primeira mulher considerada matemática: Hipátia (370 – 415), uma das mulheres mais relevantes do início da era cristã. Seus estudos incluíram também física, astronomia e filosofia, sendo a última diretora da Biblioteca de Alexandria.

Professores, sugerimos assistir ao filme espanhol “Alexandria” dirigido por Alejandro Amenábar de 2009, que relata a história de Hipátia. Ele abre portas para reflexões sobre o contexto histórico, a valorização da ciência, o papel da mulher, questões que podem ser discutidas em sala de aula.

Sobre as contribuições de Eudoxo, vale a pena ler o artigo do educador matemático Vincenzo Bongiovanni em:

<http://goo.gl/L1uqaV>

Ao longo da história, algumas pessoas despontaram como dotadas de uma formação integrada, como atestam as obras que deixaram. No Renascimento, Leonardo da Vinci (1452 – 1519) merece destaque por ter sido - como se diria nos dias de hoje - matemático, engenheiro, inventor, anatomista, pintor, escultor, arquiteto e botânico. É bastante conhecido o uso que fez de geometria e de proporções tanto em seus quadros e esculturas, como nas construções que projetou. Os esboços encontrados de suas obras mostram com clareza a integração da ciência com a arte, da matemática com a biologia,



Marcus Vitruvius foi um arquiteto romano em I a.C., autor do famoso tratado sobre arquitetura intitulado De Arquitetura, de dez volumes. No livro III o autor indica o que considera como as proporções de um corpo humano. Assim surgiu a ideia de Homem Vitruviano. Posteriormente, no Renascimento, Leonardo da Vinci, para ilustrar suas notas a respeito desta obra, realiza o famoso desenho apresentado aqui. O artista, nessa obra, especifica mais precisamente as proporções que considerou serem as ideais, dos pontos de vista tanto anatómicos como artísticos. Mais informações no link:

<http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-vitruvian-br.html>

e outras integrações tantas que se consigam elencar, como atesta o famoso esboço do **Homem Vitruviano**, a seguir reproduzido.

Professor, professora, que tal aproveitar um pouco de sua curiosidade a partir dessa imagem? Procure listar, a partir dela, noções específicas do seu componente curricular que é capaz de identificar. A ideia é que no espaço coletivo de discussão, ao final da Unidade, todos os professores possam refletir em conjunto sobre a complexidade de leituras possíveis para esse esboço de Leonardo da Vinci.

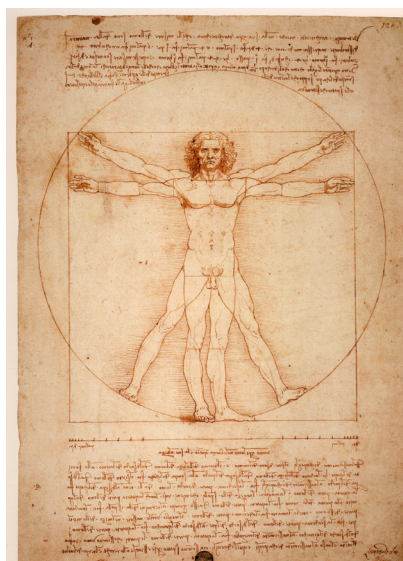


Figura 3: Homem Vitruviano.

FONTE: Wikimedia (2014).

Disponível em: <http://goo.gl/UyFWNh>

3.2 Conhecimentos matemáticos pertinentes a um currículo de Ensino Médio elaborado com base nas dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia

Retomemos considerações feitas no [Caderno II](#) da Etapa I:

O que muda na organização curricular de uma escola a qual se fundamenta na possibilidade integradora da articulação entre trabalho, cultura, ciência e tecnologia? [...] Essa mudança exige que cada comunidade escolar reflita, discuta e estabeleça novos consensos mínimos acerca das

concepções de educação, de ciência, de tecnologia, de trabalho, de cultura, de ser humano.

Enfim, o redesenho curricular tendo como eixo estruturante as dimensões do trabalho, da ciência, da tecnologia e da cultura exige a atualização do Projeto Político-Pedagógico das unidades escolares (BRASIL, 2013b, p. 38)

Nessa perspectiva, não esqueçamos que a função primordial de um currículo não é a de conduzir as atividades de ensino, mas sim a de propor os caminhos que melhor possibilitem o aprendizado dos estudantes na direção da formação integral pretendida. Currículo é percurso escolar. Deve refletir os caminhos mais adequados a serem trilhados para que os estudantes, com suas características pessoais, sociais, econômicas e culturais próprias, possam caminhar efetivamente na direção dos direitos à aprendizagem e ao desenvolvimento humano previstos nos textos legais. Será assim necessário, na construção de uma proposta curricular, fazer escolhas condizentes com os objetivos pretendidos e coerentes com as convicções e cultura próprias de cada equipe, em sua escola. Não será necessário superar a tradição “enciclopedista” do Ensino Médio, com 13 disciplinas, todas buscando “cumprir um extenso programa”, refém apenas do objetivo “preparar para o vestibular”? Se o foco é a formação integral, não será necessário reorganizar, repensar os componentes curriculares, possibilitando espaços que promovam uma efetiva articulação entre áreas? Nesse caso, também a avaliação merecerá ser compartilhada para não correr o risco de provocar uma fragmentação ainda maior, com mais do que 13 componentes, envolvendo instrumentos e “notas ou pareceres descritivos” separados. Pensar em integração requer a produção de instrumentos de avaliação também integrados, que permitam um olhar global sobre as aprendizagens dos estudantes.

A seguir apresentamos algumas considerações que envolvem **conhecimentos matemáticos fundamentais**, nas quais a Matemática e as demais áreas de conhecimento ou seus componentes possam intrinsecamente ser articulados por via das dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia. Professores, também buscamos fornecer elementos que enriqueçam suas reflexões visando as formulações de novos currículos. Ressaltamos que as propostas apresentadas não abrangem todos os conteúdos matemáticos que podem ser considerados. Fizemos uma seleção de conhecimentos e, portanto, certamente omitimos possibilidades importantes ou interessantes. Contamos com que vo-



O Guia do Livro Didático do PNLD 2012 (BRASIL, 2011) pode ser um material interessante para consulta sobre os campos de conhecimentos matemáticos do Ensino Médio, com destaques para suas características e relevância na formação geral dos estudantes, especialmente no trecho das páginas 16 a 38.

www.fnnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=5512:pnld-2012-matematica.

cês, professores, inspirados nas ideias apresentadas, possam imaginar um currículo onde os conhecimentos matemáticos contemplados sejam aqueles que considerem os mais relevantes para uma formação integral.



No Guia do Livro Didático do PNLD 2008 (BRASIL, 2007), na seção A Matemática no mundo de hoje (p. 12-14) você pode encontrar reflexões interessantes sobre o que são modelos matemáticos.

<http://www.fnnde.gov.br/arquivos/file/1947-guia-pnld-2008-matematica>

Funções se constituem em um campo da Matemática no Ensino Médio que emergiu de questões pertinentes aos âmbitos das quatro dimensões articuladoras de currículos. Foram desenvolvidas como **modelos** para a compreensão de fenômenos variados e são amplamente utilizadas em muitos âmbitos da atividade humana, como: Física, Química, Biologia, Astronomia, Economia, Sociologia, Comunicação, Demografia, Informática, Engenharia, entre outros. Assim, por exemplo, funções trigonométricas são úteis para descrever fenômenos periódicos, como no caso do movimento de um pêndulo; as funções logarítmicas servem para descrever o decaimento radioativo de isótopos de elementos químicos. Em 1798, o economista e demógrafo inglês Thomas Malthus (1766-1834) formulou um modelo para descrever a população presente em um ambiente como uma função exponencial do tempo. Esse modelo e suas posteriores modificações são aplicados, por exemplo, ao estudo do crescimento de bactérias. Modelos matemáticos são úteis para fazer previsões sobre o comportamento de fenômenos, porém, por serem abstratos e ideais, os resultados obtidos serão sempre aproximações. Do ponto de vista de uma formação integral, a importância do estudo de funções reside muito mais nas conexões com as situações que as originaram do que, por exemplo, no mero treinamento de propriedades para a resolução de equações como as que envolvem funções trigonométricas ou logarítmicas.

É de se destacar ainda o uso cada vez mais crescente e importante de funções para o desenvolvimento de processos e artefatos: na programação de aplicativos computacionais, em aparelhos de eletrocardiograma, na construção civil de grande porte, na construção e lançamento de foguetes espaciais, em antenas parabólicas e telescópios, em aparelhos de tomografia ou de ressonância magnética, apenas para citar alguns.

Ao longo da história, a humanidade desenvolveu muitos instrumentos de maneira criativa, com maior ou menor precisão diante da **necessidade de medir grandezas**. O emprego de instrumentos, processos e unidades de medida adequadas para registrar e interpretar medições nunca é exato, sempre é aproximado. Conseqüentemente, é importante o desenvolvimento da percepção sobre o grau de aproxi-

mação que é condizente com os objetivos de cada situação. Por exemplo, para executar uma receita culinária, uma balança de precisão digital é suficiente, porém, um laboratório farmacêutico utiliza balança analítica para a análise de determinada grandeza submetida a certas condições ambientais.

A **geometria** está presente em todo lugar. Diferentes povos têm utilizado figuras geométricas em diversas manifestações culturais, como em tecidos e máscaras africanas, em mandalas como os yantras indianos, e a pintura corporal da etnia Kayapó do Brasil. Padrões geométricos também podem ser encontrados no artesanato brasileiro como na cerâmica Marajoara, nos bordados filé alagoanos e na renda renascença de origem pernambucana. Por sua vez, existiram vários movimentos artísticos relacionados à geometria. Entre eles o Neoplasticismo, cujo criador e principal teórico foi Piet Mondrian (1872-1944) e o cubismo, sendo um de seus representantes o pintor Pablo Picasso (1881-1973). No Brasil, em 1954 surgiu o Grupo Frente, do qual **Lygia Clark** (1920-1988) foi uma das fundadoras. Ela apresentou uma série de obras nas quais os elementos geométricos são centrais, como em “Superfícies Moduladas, 1955-57”. Essas séries de obras são instigantes e incentivam a participação ativa do observador que pode transformá-la numa nova obra. Outro grande artista plástico que utilizou a geometria como inspiração é Hélio Oiticica (1937-1980). Como exemplo citamos a obra Magic Square # 5 (1977) localizada em Inhotim, no estado de Minas Gerais. Nesta proposta, pode-se “brincar” com as posições ou localizações do observador e as perspectivas de suas visões, criando múltiplos trabalhos artísticos diferentes.

Professores, vocês conseguem idealizar uma exposição inspirada na obra de Lygia Clark ou Hélio Oiticica como uma maneira de mobilizar conhecimentos de todas as áreas, a partir das dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia? Anotem suas ideias para compartilhar posteriormente com os colegas das demais áreas.

É interessante observar também que a **localização espacial e a criação de sistemas de referência** são fundamentais para o desenvolvimento de várias atividades humanas, que vão desde a confecção de mapas impressos ou virtuais, até a determinação de rotas e distâncias, com o **uso do GPS** (Global Positioning System).

Reconhecer a existência de **incerteza** é fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático não-determinístico. Ela



Materiais interessantes sobre Lygia Clark podem encontrados em <http://www.lygiacklark.org.br/noticiaPt.asp>

Informações sobre Hélio Oiticica e Inhotim podem ser obtidas nos portais <http://www.heliooiticica.org.br/home/home.php>

<http://www.inhotim.org.br/inhotim/arte-contemporanea/obras/invencao-da-cor-pene-travel-magic-square-5-de-luxe/>

A obra Magic Square # 5 serviu como cenário do vídeo musical “Pelos Ares”, de Adriana Calcanhoto, <https://www.youtube.com/watch?v=1nPTwUxTxR8&list=RDHC7-vx5sCyN2k>



Uma atividade relacionada ao GPS está descrita em:

<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=43507>

está presente na vida dos jovens, por exemplo, em relação ao mercado de trabalho e seus riscos. (BRASIL, 2013a). Nos mais diferentes âmbitos tenta-se quantificar as incertezas utilizando **probabilidade e estatística**, como no mercado financeiro, pesquisas de intenção de voto ou no esporte.

O jovem, para poder exercer inteiramente a cidadania, necessitará perceber que os números, taxas, índices e estimativas que são apresentadas nas mídias envolvem certo grau de **incerteza e aleatoriedade**, mesmo que as pesquisas tenham sido feitas com o maior rigor metodológico. A **estatística** está presente em vários campos, como por exemplo, no estudo da efetividade e segurança de um medicamento, em análises do funcionamento de um sistema, em campanhas eleitorais e mesmo em músicas, como vimos na Unidade 2, na letra “Capítulo 4, Versículo 3” dos Racionais MC’s. Logo, suas produções acabam influenciando, de alguma maneira, em inúmeras atividades do ser humano em todas as dimensões. Assim, a importância do estudo de estatística no Ensino Médio reside muito mais em favorecer a leitura adequada e crítica de informações do que a simples construção de tabelas e gráficos.

REFLEXÃO E AÇÃO

Professor, professora, no decorrer desta Unidade propusemos dois exercícios individuais de reflexão a partir da sua especialidade. Chegou o momento de compartilhar suas ideias e anotações com os demais colegas.

a) Sobre o Homem Vitruviano propomos que:

- Compartilhem as anotações feitas anteriormente sobre o que identificaram no desenho de Leonardo da Vinci.
- Explicitem quais articulações percebem nessa obra com as dimensões do trabalho, cultura, ciência, e tecnologia, compatíveis com a época em que ela foi produzida pelo artista.

b) Sobre a exposição idealizada:

- Compartilhem e debatam as anotações feitas anteriormente sobre a idealização da exposição.
- Registrem os conhecimentos que consideraram mobilizados em cada área de conhecimento e as articulações identificadas com as dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia.

A partir desses dois exercícios de reflexão e combinando com as reflexões realizadas nas outras duas unidades, seria possível definir alguns critérios para a modificação de determinadas rotinas no trabalho semanal que permitissem novos planejamentos mais integrados?

4. Diálogo entre as áreas do conhecimento escolar: princípios e proposições pedagógico-curriculares

O desenvolvimento das discussões e propostas que faremos nessa unidade é baseado principalmente nos dois princípios destacados nas DCNEM como norteadores para a organização dos currículos e para a sua consecução na prática escolar: o trabalho como princípio educativo e a pesquisa como princípio pedagógico.

O trabalho aqui é então entendido no seu sentido ontológico, como lemos em Lukács (1981), “inerente à espécie humana e primeira mediação na produção de bens, conhecimentos e cultura.” O trabalho como princípio educativo se consubstancia em atividades criativas, portanto prazerosas, com as quais os estudantes, de maneira solidária, se transformam, criam e recriam conhecimentos, ciência, tecnologia e, portanto, cultura, ao mesmo tempo em que se desenvolvem para assumir seus lugares na sociedade como cidadãos conscientes de seus direitos e deveres. (BRASIL, 2013c, p. 29)

Por seu lado, a pesquisa como princípio pedagógico

[...] contribui para a construção da autonomia intelectual do educando e para uma formação orientada pela busca de compreensão e soluções para as questões teóricas e práticas da vida cotidiana dos sujeitos trabalhadores. Afinal, formar integralmente os educandos implica não só que estes aprendam o significado e o sentido das ciências, das tecnologias, das práticas culturais etc., mas é preciso fundamentalmente formar as pessoas para produzirem novos conhecimentos, compreender e transformar o mundo em que se vive. (BRASIL, 2013c, p. 35-36)

São pertinentes as justificativas sobre a importância desses princípios e sobre possíveis maneiras de concretizá-los na prática escolar descritos em uma publicação recente da **UNESCO**:

Entendido como a forma de o ser humano produzir sua realidade e transformá-la, de se construir e de se realizar, o trabalho é tomado como princípio educativo originário, articulando e integrando as diferentes disciplinas ou áreas de conhecimento. Isso quer dizer que toda a aprendizagem terá origem ou fundamento em atividades dos estudantes que visam, em última instância, a uma intervenção na sua realidade. Nessa pers-



Vale a pena consultar a publicação da UNESCO – Currículo integrado para o Ensino Médio: das normas à prática transformadora, onde é desenvolvida uma proposta de protótipo curricular para o Ensino Médio voltado para uma formação básica para o trabalho e às práticas sociais. Nesse documento há também muitas sugestões de possibilidades para o planejamento pedagógico nas quatro áreas de conhecimento constantes nas Diretrizes para a organização dos currículos do Ensino Médio. Ele pode ser acessado pelo endereço eletrônico abaixo:

<http://goo.gl/rplrIX>

pectiva, o currículo será centrado no planejamento (concepção) e no desenvolvimento de propostas de trabalho individual e coletivo (execução). Cada estudante as usará para produzir e transformar sua realidade e, ao mesmo tempo, desenvolver-se como ser humano.

Associada ao trabalho, a pesquisa é vista como um instrumento de articulação entre o saber acumulado pela humanidade e as propostas de trabalho que estarão no centro do currículo. Como forma de conhecimento e de crítica da realidade, a pesquisa se apoiará nas áreas de conhecimento ou nas disciplinas escolares, para auxiliar na definição da metodologia e dos instrumentos de investigação, na identificação das variáveis de estudo e na interpretação dos resultados. Ao mesmo tempo, a análise dos resultados da pesquisa, também apoiada pelas áreas ou pelas disciplinas, apontará as atividades de transformação (trabalho) que são necessárias e possíveis. (UNESCO, 2013, p. 198)

Analogamente ao que foi feito na unidade anterior, retomamos aqui a reflexão sobre o que foi discutido no [Caderno III](#) da primeira etapa da formação, especialmente na Unidade 4 (BRASIL, 2013b, p. 36-43), do qual sugerimos a releitura. A partir de exemplos, buscamos um entendimento mais concreto sobre as efetivas potencialidades de articulação de conhecimentos matemáticos com conhecimentos das demais áreas ou componentes, em atividades escolares de caráter integrador. Nos termos de Brasil (2013b):

Assim, as propostas voltadas para o ensino médio, em geral, estão baseadas em metodologias mistas, as quais são desenvolvidas em, pelo menos, dois espaços e tempos: um voltado para as denominadas **atividades integradoras** e outro destinado ao aprofundamento conceitual no interior das disciplinas. É a partir daí que se apresenta uma possibilidade de organização curricular do ensino médio que potencialize uma ampliação de conhecimentos em sua totalidade e não por suas partes isoladas. (BRASIL, 2013b, p. 40, grifos nossos)

Nesse pequeno trecho são fornecidas várias pistas do que seja necessário para um redesenho curricular, o qual possibilite abordagens pedagógico-curriculares favorecedoras do papel formativo que as DCNEM preveem para essa etapa escolar. A grade horária usual, com aulas de 50 minutos para que cada disciplina “cumpra um programa” (em geral voltado para conteúdos de vestibulares), seguramente muito contribui para a fragmentação do ensino, tradicionalmente observada no Ensino Médio. As grades horárias tradicionais dificultam enormemente a possibilidade de que as aqui chamadas **atividades integradoras**, superem o caráter de ser apenas uma superposição de “aplicações” simultâneas de alguns conhecimentos de diferentes componentes. Se isso é mais do que a **fragmentação** e a **falta de diálogo absoluto** entre componentes ou áreas de conhecimento, é ainda muito menos do que o proposto nas DCNEM para a formação integral dos estudantes. Cabe ainda observar que o espaço tradicional de uma sala de aula, com lousa, giz, sua disposição de carteiras e os estudantes sentados em linhas e colunas, de frente para o professor expositor, tampouco favorece atividades mais dinâmicas e que envolvam a iniciativa dos estudantes em pesquisas ou a elaboração de produtos coletivos, eventualmente imprescindíveis em abordagens pedagógico-curriculares que privilegiem o protagonismo dos estudantes no seu próprio processo de aprendizagem, e que tenham por base o trabalho como princípio educativo.

Por todas essas razões, torna-se necessário reorganizar os tempos e os espaços escolares para poder obter-se um currículo que estimule o protagonismo dos estudantes no seu próprio desenvolvimento

e aprendizagem, ao mesmo tempo em que promova a integração dos conhecimentos de todas as áreas de conhecimento, articuladas pelas dimensões do trabalho, cultura, ciência e tecnologia.

Salientamos novamente a necessidade de que, em cada escola, a organização de um currículo por áreas de conhecimento no Projeto Político-Pedagógico (PPP) seja estabelecida a partir do entendimento e dos acordos possíveis entre os educadores de todas as áreas. Sem dúvida, há mais um desafio para a equipe escolar, a saber, o planejamento de atividades que contemplem de maneira efetiva a construção de conhecimentos de seu componente curricular, integrada a outros componentes e/ou áreas. Assim, também os professores da área de Matemática necessitarão repensar e reconhecer as possibilidades de contribuições em atividades integradoras, a partir dos conhecimentos que lhe são próprios, que possuam um alto potencial de articulação com contextos autênticos das demais áreas e sejam relevantes para a formação integral dos estudantes.

Mas como colocar na prática de atividades escolares a pesquisa como princípio pedagógico? Mais ainda, qual é o papel dos professores em tais atividades? Certamente as respostas a estas perguntas não são óbvias nem únicas. Não há “receita infalível” para tanto. Vamos refletir juntos sobre elas?

Assumir a pesquisa como princípio pedagógico significa buscar situações de interesse que contemplem a diversidade dos estudantes e permitam questionamentos. A partir destes, os estudantes poderão protagonizar investigações que levem a um entendimento mais completo da situação questionada e possibilitem intervenções transformadoras. Cabe aos professores serem mediadores desse processo: “a mediação do professor é essencial, possibilitando aos estudantes atingirem níveis de desempenho e pensamento que não conseguiriam por conta própria, incentivando-os a se confrontarem com outros pontos de vista e, assim, reconstruírem seus entendimentos e a compreensão do que investigam”. (MORAES, 2010, p. 142). Segundo explicam Galiazzi e Moraes (2002) o processo de educar pela pesquisa pode ser caracterizado por círculos reiterativos de três movimentos principais *questionamento*, *construção* e *validação* de argumentos. Assim, a essência da pesquisa é partir de perguntas para formular um projeto de investigação.

Para existir o protagonismo do estudante é necessário que ele faça o questionamento ou que deste se aproprie. Nesse momento, a mediação do professor é crucial, no sentido de perceber o grau de dificuldade envolvido, de favorecer a viabilidade da elaboração e da execução de um projeto, assim como direcionar para uma construção significativa de conhecimentos. Analisamos a importância das perguntas e sua relação com a elaboração de projetos na Unidade 2. Reveja-as, se for necessário.

Como realizar um projeto de pesquisa integrador? Pode-se partir do levantamento, por parte dos professores junto à comunidade e aos estudantes, de problema(s) ou tema(s) de interesse que mereçam ser investigados, visando a elaboração de propostas de intervenção (soluções). De posse desta problemática, cada área poderá propor questões específicas que darão início ao(s) processo(s) de pesquisa. Observa-se que, inicialmente, a pesquisa pode demandar a elaboração de um diagnóstico ou estudos preliminares sobre os conhecimentos envolvidos, na dependência do tema ou questões. Tendo as reflexões anteriores como pano de fundo, passamos à apresentação de exemplos de questões ou situações que, a partir de características e conhecimentos próprios da área de Matemática, possibilitam propor questões ao coletivo da escola, com potencial para gerar projetos como atividades integradoras entre as quatro áreas e que estimulem a participação ativa dos estudantes em ações transformadoras, como qualificadas anteriormen-

te. É importante ser levada em conta a abrangência de cada situação: trata-se de todo um contexto do qual uma determinada escola pode se beneficiar utilizando certos aspectos, enquanto outra escola pode preferir outros, ou necessitar criar novos.

Convém notar que as situações apresentadas não têm a pretensão de serem as únicas possíveis. São apenas exemplos imaginados para escolas e contextos hipotéticos. Caberá a cada escola decidir sobre situações mais adequadas ao seu contexto específico.

Assim, tais exemplos pretendem ser sugestivos de como podemos imaginar mudanças na prática pedagógica que possibilitem o favorecimento da formação humana integral dos estudantes. Longe de serem “prescrições”, eles pretendem apenas convidar vocês professores, no debate com a comunidade escolar, a elaborarem suas próprias questões, em consonância com a realidade local. O desafio é grande, mas os resultados pretendidos são relevantes e, até hoje, inéditos para a maioria, considerando indicadores de desempenho escolar amplamente divulgados pela mídia. O desafio é reorganizar o currículo da escola e suas práticas para que ela, de fato, se torne um local de acolhimento de expectativas, ansiedades e de sonhos, ao mesmo tempo em que propicie espaços, tempos e atividades adequadas à aprendizagem e ao desenvolvimento humano a que os estudantes têm direito. Pretendemos, portanto, com as sugestões de possibilidades de abordagens pedagógico-curriculares, convidá-los a colocar a “mão na massa” com o coletivo das suas escolas para criarem suas atividades, em um planejamento conjunto das equipes das áreas de conhecimento.

Inicialmente sugerimos alguns exemplos de questões capazes de mobilizar o estudo de conhecimentos matemáticos fundamentais e, ao mesmo tempo, com potencial para o desenvolvimento de projetos integradores entre as áreas de conhecimento escolares. Tais projetos demandam investigação pelos estudantes sobre as questões propostas (diagnóstico prévio e pesquisa) e possibilitam ações transformadoras junto à comunidade da escola (trabalho), envolvendo necessariamente um forte protagonismo dos estudantes. Vale notar as possibilidades de aprofundamento nas investigações que deverão ser realizadas pelos estudantes e seus professores: a riqueza de cada situação pode estimular a interação da escola com a comunidade da qual faz parte.

Passamos à apresentação dos exemplos imaginados para concretizar o que discutimos até aqui. Professores, esperamos que eles consigam incentivar sua reflexão e provocar sua criatividade.



Alguns projetos integradores desenvolvidos em escolas e envolvendo questões sobre o lixo podem ser consultados em:

GONÇALVES - Um olhar para o lixo: <http://portaldo-professor.mec.gov.br/storage/materiais/0000016221.pdf>

MELO e KONRATH – Trabalhando o lixo na escola: http://www.cienciaemtela.nutes.ufrj.br/artigos/0110_gervanio.pdf

LUIZA – Projetos Lixo: <http://sheilaluiza.wordpress.com/fotografia/>

Uma proposta desafiadora que apontamos articula potencialmente as quatro áreas de conhecimento. Pode-se propor a escolha, por parte do grupo de estudantes, de um tema de interesse para o engajamento da escola em alguma campanha de esclarecimento junto à comunidade local, ou para a organização de um evento na escola aberto à participação da comunidade, como por exemplo: coleta e/ou reciclagem de lixo, música, teatro etc. O projeto a ser elaborado deverá estimular o protagonismo dos jovens. Ele demandará um estudo prévio sobre a temática escolhida, (quais problemas relacionados ao lixo são mais presentes na comunidade; consulta entre os estudantes para a tomada de decisão sobre as características do evento, segundo os interesses ou habilidades artísticas dos estudantes da escola) e a organização das ações a serem realizadas.

A **temática do lixo** está diretamente ligada a importantes questões contemporâneas relativas ao meio ambiente e ao desenvolvimento sustentável. Ela mobiliza necessariamente conhecimentos dos âmbitos do trabalho, da cultura, da ciência e da tecnologia. Ela tem sido assim objeto de muitos projetos de pesquisa escolares, vários deles bem sucedidos. Por esse motivo escolhemos alguns para que vocês, professores, possam verificar a diversidade de abordagens adotadas com sucesso.

Passamos agora a detalhar uma possível atividade integradora voltada à realização de um evento artístico na escola. Se na escola houver uma banda, a pergunta central poderá ser: **como podemos incentivar e divulgar o trabalho da(s) banda(s) da escola?** Tal questão visa abrir caminhos para estudos e projetos onde a produção cultural dos jovens será valorizada e incentivada, mas também visa abrir portas para ações de intervenção que demandam o apoio integrado das áreas de conhecimento. Exploreemos mais em detalhes esse tipo de opção de atividade integradora.

Pode ser interessante que as áreas de **Linguagens** e de **Matemática** proponham a realização de um concurso de logotipos, para o incentivo e a divulgação do trabalho da(s) banda(s) da escola junto à comunidade da região. Tal proposta pode dar início a um projeto envolvendo criatividade artística, elaboração de textos, cartazes e uso de gráficos funcionais criados por programas de computador. Uma ideia é que os estudantes elaborem um logotipo para a(s) banda(s), programando seu desenho em computador e, para tanto, utilizem trechos de gráficos de funções que juntos componham o logotipo imaginado. O

projeto integrador pode articular vários subprojetos de diversas áreas. Permite acolher e incentivar atividades artísticas já presentes entre os estudantes, promover a organização de evento artístico aberto à comunidade, envolvendo inclusive sua divulgação, por exemplo.

Pode-se dar início às atividades pela redação de um regulamento para o concurso de logotipos que contemple condições como: inscrição, participação, apresentação do trabalho, critérios de avaliação, comissão julgadora e eventual premiação. Tudo isso a partir de debates que propiciem um consenso sobre as regras estabelecidas pelo grupo. Algumas ideias que podem ser desenvolvidas nesta proposta estão organizadas na tabela a seguir.

Professor, professora, observe com atenção, na tabela detalhamos quatro subprojetos, seus objetivos de aprendizagem e de desenvolvimento humano, os “produtos finais” almejados e as metodologias ou ações necessárias para o seu desenvolvimento, bem como as dimensões articuladoras da formação integral dos estudantes envolvidas mais diretamente. No que segue solicitaremos que elaborem esse tipo de instrumento, por acreditarmos que ele pode ser bastante útil como uma etapa do planejamento coletivo de atividades integradoras. Não esqueçamos da necessária discussão sobre quais sejam as atividades e instrumentos de avaliação adequados para o acompanhamento e a análise dos resultados educacionais esperados. Prevê-los é imprescindível para um dimensionamento dos subprojetos que forem propostos, a fim de que fiquem condizentes com a realidade da escola e dos estudantes e, principalmente, com os objetivos previstos. Um aspecto a ser levado em conta é o fato de que o desenvolvimento de um projeto sempre requer a resolução de problemas, cujas soluções poderão ser variadas, algumas mais, outras menos complexas. Assim, o papel de cada estudante nesses desafios é também uma fonte para uma análise avaliativa.

Professores, notem que o desenvolvimento de projetos possibilita ainda uma avaliação de sua própria prática e sinaliza quais aspectos podem ser aprimorados. Um meio de fazer isso é refletir sobre: a justificativa - por quê?, - os objetivos propostos inicialmente em cada projeto - o quê?, - e como as atividades foram conduzidas. Enumeramos a seguir algumas questões que podem guiar as análises. As atividades promoveram a consecução dos objetivos? As questões motivadoras foram bem respondidas? As ações foram adequadamente planejadas, executadas e registradas? Os registros elaborados podem auxiliar no estabelecimento e na execução de futuros projetos? Houve colaboração e compartilhamento entre todos os atores do projeto? Qual é a percepção dos estudantes sobre seus próprios aprendizados e desenvolvimento a partir da execução do projeto?

Tabela 1 - como podemos incentivar e divulgar o trabalho das bandas da escola?

Subprojeto	Por quê?	O quê?	Como?	Dimensões
Evento: Show musical interno com a(s) banda(s) da escola	<ul style="list-style-type: none"> - Valorizar os interesses dos jovens - Incentivar e aperfeiçoar as habilidades musicais ou artísticas - Compartilhar e divertir 	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentação da(s) banda(s) em evento interno na escola 	<ul style="list-style-type: none"> - Promover os ensaios - Organizar a montagem de um espetáculo (cenário, som, iluminação...) 	<ul style="list-style-type: none"> Trabalho Cultura Ciência Tecnologia
Logotipo: Desenvolvimento de logotipo(s) para a(s) banda(s) da escola	<ul style="list-style-type: none"> - Incentivar a expressão gráfica - Desenvolver visão geométrico-espacial - Propiciar contexto instigante para o conceito de função 	<ul style="list-style-type: none"> - Estudar funções com o uso de ferramentas computacionais - Criar logotipo (ideias) 	<ul style="list-style-type: none"> - Gráfico de funções com software gráfico - Desenho e edição gráfica por computador 	<ul style="list-style-type: none"> Trabalho Cultura Ciência Tecnologia
Concurso de logotipos: Organização e realização, aberto à participação da comunidade	<ul style="list-style-type: none"> - Incentivar a participação da comunidade na comissão julgadora e outras funções. - Estimular a expressão escrita 	<ul style="list-style-type: none"> - Convites para a participação - Regulamento do concurso (definição de comissão julgadora e critérios de avaliação) 	<ul style="list-style-type: none"> - Debate, análise e redação escrita - Organização de espaços e modos de apresentação 	<ul style="list-style-type: none"> Trabalho Cultura Tecnologia
Evento: Espetáculo de apresentação da(s) banda(s) aberto à comunidade da região da escola	<ul style="list-style-type: none"> - Incentivar a participação da comunidade - Produzir e incentivar a expressão cultural e artística dos estudantes - Compartilhar e divertir 	<ul style="list-style-type: none"> - Convites para a participação - Produção do cartaz para o evento, cada banda com logotipo - Apresentação da(s) banda(s) para a comunidade 	<ul style="list-style-type: none"> - Promover ensaios - Desenho e edição gráfica dos cartazes por computador - Organizar, divulgar e realizar o evento 	<ul style="list-style-type: none"> Trabalho Cultura Ciência Tecnologia

FONTE: Os autores (2014).

Outro projeto integrador pode ser inspirado pela seguinte pergunta central: **O transporte público atende à comunidade de maneira adequada às necessidades da região?**

Tal projeto está relacionado às possibilidades de transporte para a comunidade da região, o que inclui o acesso dos estudantes à escola. Ele mobiliza claramente os componentes curriculares da **Geografia** e da **Sociologia**, assim como da **Estatística** e, se bem problematizado, pode articular todas as áreas por meio do eixo do trabalho, cultura, ciência e tecnologia. A ideia seria propor aos estudantes, inicialmente, o uso de algum aplicativo como o *Google Maps* para delimitar a região da escola e realizar um levantamento dos meios de transportes públicos disponíveis (ônibus, trem, metrô, barco etc.) e seus percursos. Concomitantemente, fazer um levantamento junto aos usuários da região visando diagnosticar as suas

necessidades quanto à utilização dos transportes públicos para deslocamento da população por razões de trabalho, estudo, lazer ou outras. Inicialmente será necessário determinar o “público-alvo”: estudantes, todos os usuários sistemáticos, eventuais ou de período diurno etc. Uma vez definida a população de interesse, determinar-se-á uma estratégia para a definição da coleta de dados, seja por censo (toda a população - “público-alvo”) ou por amostragem.

Ao final do diagnóstico, os estudantes, com a orientação dos professores, poderão elaborar um questionário para os usuários. O objetivo será analisar, por exemplo, a adequação do trajeto de cada um dos meios de transporte, número de pontos de parada, duração do percurso completo, tempo de espera, condições dos veículos, das ruas, estradas ou demais vias e locais de maior demanda da população.

Caso concluam que os serviços de transporte são satisfatórios, mas carecem, por exemplo, de sinalizações em pontos de parada específicos ou há falta de esclarecimento aos usuários sobre linhas ou trajetos, os estudantes poderão propor uma intervenção de esclarecimento. Nesse caso, poderão elaborar cartazes, placas ou folhetos com indicações sobre o trajeto de cada meio de transporte que passa por tais pontos, bem como divulgar melhor os trajetos disponíveis e seus horários previstos de chegadas e partidas. Com tal material, será possível organizar uma campanha informativa, estudando a melhor forma de fazer chegar os esclarecimentos aos moradores da região.

Se a conclusão for sobre a conveniência de mudanças nos transportes relativamente a itinerários, horários, ou outras, para melhor satisfazer as necessidades da população local, os estudantes poderão elaborar e encaminhar, aos poderes públicos competentes, uma petição embasada sobre alternativas que contribuam para a melhoria do serviço de transporte na região.

Um subprojeto associado a essa proposta, ainda mais voltado aos próprios estudantes da escola, pode envolver os componentes curriculares da **Educação Física** e da **Biologia**. Havendo interesse, os estudantes podem ser incentivados a analisar as vantagens e desvantagens de realizar o percurso de casa até a escola a pé ou de bicicleta, avaliando, por exemplo, condições de segurança, tempo de percurso e quantidade de calorias queimadas na atividade física demandada no trajeto. Outro subprojeto envolvendo Matemática poderá englobar noções de **Geometria** relativas a sistemas de referência, escalas e representação de trajetos por meio de mapas esquematizados, onde se possa inclusive utilizar noções de **Geometria Analítica** para avaliar distâncias e otimização de percursos.

REFLEXÃO E AÇÃO

Convidamos vocês, professores das áreas, a fazer o exercício de organizar conjuntamente as ideias discutidas no último exemplo, e outras que imaginarem, em subprojetos que acreditem ter viabilidade na sua escola, a partir da pergunta central formulada. Registrem seus subprojetos, as questões motivadoras, os objetivos e as ações pretendidas em uma tabela análoga àquela desenvolvida ao final do primeiro exemplo. Não esqueçam de discutir e registrar os processos adequados de avaliação para os subprojetos elencados.

Uma sugestão de atividade integradora, com possibilidade de acolher práticas lúdicas frequentes **entre os jovens, pode ser desenvolvida a partir do seguinte questionamento: Como a Matemática pode ajudar a ser vitorioso em jogos eletrônicos?**

Nas palavras de Moura (2009), as **tecnologias móveis** querem e podem entrar na sala de aula com diferentes finalidades de apreender e ensinar. Acreditamos que isto é possível num trabalho integrador e atrativo. Há muitos jogos disponíveis nos aparelhos eletrônicos que os jovens utilizam, em particular no *smartphone* que a maioria traz consigo.

Os jogos são o resultado do trabalho de programadores que utilizam conhecimentos de diferentes áreas. Conhecimentos matemáticos e de outros componentes curriculares podem favorecer o desenvolvimento de estratégias vencedoras em muitos jogos disponíveis. Por exemplo, no caso específico do jogo **AngryBirds®**, jogo que esteve muito em voga há alguns anos, é possível discutir, especificamente, como os conteúdos de **Matemática** e **Física** podem contribuir para obter estratégias vencedoras.



Baixe o jogo em: <http://chrome.angrybirds.com/>

Conheça o enredo do jogo em: <https://www.youtube.com/watch?v=x6fLgzT93kQ>

Analise uma das funções de um dos personagens em: <https://www.youtube.com/watch?v=Dv54QkH6ocg>

Em primeiro lugar, será interessante que examine o jogo para saber seu enredo que mostra a história dos passarinhos que tiveram seus ovos roubados por porquinhos. O vídeo é o mote para estabelecer o objetivo do jogo: a destruição das edificações dos ladrões. Ajudará também a conhecer minimamente as funções de cada personagem e tentar jogar. Durante o jogo, poderá ser observada a presença da Física no lançamento de projéteis, e da Matemática nas trajetórias dos projéteis que são descritas por parábolas como gráficos de **funções quadráticas**.

Em outras palavras

A lei de formação de uma função quadrática é baseada num polinômio do segundo grau na variável x , do tipo: $f(x) = ax^2 + bx + c$ (sendo a , b e c números reais, com a diferente de zero).

A sugestão é o desenvolvimento de atividade integradora utilizando esse ou outro jogo que esteja sendo jogado com frequência pelos estudantes. É bom não esquecer que, inicialmente, os professores precisam familiarizar-se bem com o jogo e analisar suas potencialidades para mobilizar conhecimentos de alguns componentes curriculares no favorecimento de estratégias vencedoras. A partir dessa análise, pode ser imaginada pelos professores dos componentes envolvidos, uma proposta de atividade integradora aos estudantes.

Uma tal atividade será bastante motivadora para todos, professores e estudantes, e terá potencial de ganhar a adesão de muitos.



A questão: Quais são os problemas que mais lhe preocupam atualmente? Foi respondida por jovens na pesquisa estatística intitulada Pesquisa Nacional sobre Perfil e Opinião dos Jovens Brasileiros 2013 (BRASIL, 2013d), realizada sob a responsabilidade da Secretaria Nacional de Juventude (SNJ). Na página 24 desta publicação, pode-se ler: “O que mais preocupa pessoalmente os jovens hoje é, na declaração espontânea, em primeiro lugar, a questão da violência” (citada por 43% dos jovens).

<http://goo.gl/DoaCMI>

Outra pergunta central que pode motivar um projeto é: **A violência é um assunto que lhe preocupa?**

A partir de levantamento bibliográfico de textos que tratem o tema da violência, os estudantes podem elaborar novos questionamentos para aprofundar a reflexão a respeito. Com a orientação das áreas de **Matemática e Ciências Humanas** os estudantes podem planejar e realizar uma pesquisa para a obtenção de informações que permitam argumentar sobre diferentes aspectos da violência, no sentido de embasar propostas de ações visando à prevenção das mesmas.

Com o apoio da área de Linguagens, as ações de prevenção da violência podem incluir, por exemplo, a elaboração de materiais com esclarecimentos sobre medidas de prevenção e segurança para serem divulgadas em campanhas de conscientização sobre: os aspectos nocivos do uso de drogas ou de armas; a prevenção de acidentes no trânsito; sobre inclusão social. Essas campanhas podem promover palestras, debates abertos aos familiares, folhetos ou livretos informativos e até, sendo do interesse de grupos de estudantes, encenações teatrais ou shows musicais.

Convém lembrar que leituras de publicações diversas, uso de diferentes recursos pedagógicos e/ou tecnológicos para a produção própria e coletiva de textos, áudios, vídeos e blogs, explorando inclusive recursos externos à escola podem ser utilizados, como reservas naturais, parques, museus e cinemas. Mais detalhes sobre organização de planejamento de atividades podem ser encontrados a partir da leitura das abordagens propostas no [Caderno IV](#) (BRASIL, 2013c, p. 41) da Etapa I da formação.

4.1 Para finalizar...

Professor, professora, esperamos que este Caderno tenha conseguido inspirar reflexões significativas sobre o papel que a área de Matemática pode desempenhar na formação integral dos estudantes do Ensino Médio. Esperamos também que ele lhe dê pistas para a construção de novos percursos no cotidiano da prática pedagógica que levem em consideração o trabalho como princípio educativo e a pesquisa como princípio pedagógico. Desta maneira, será favorecida a articulação do processo de ensino com a realidade vivida pelos seus estudantes, sempre valorizando o diálogo, a construção e a reconstrução dos saberes individuais e coletivos. Entendemos e não subes-

timamos a existência de dificuldades ou mesmo de barreiras para tanto. Todavia, diante da necessidade urgente de reinvenção do Ensino Médio para que ele cumpra sua função relativa à formação integral dos estudantes, apostamos em sua determinação, ousadia e competência para enfrentar os desafios que essa busca necessariamente coloca.

Concluimos fazendo nossas as palavras de Paulo Freire: “É impossível ensinar sem essa coragem de querer bem, sem a valentia dos que insistem mil vezes antes de uma desistência”. (FREIRE, 1998, p. 8)

REFLEXÃO E AÇÃO

Reconhecemos o desafio que pode significar a organização e implementação de atividades integradoras com a área de Matemática. Por esse motivo, propomos reservar um tempo para o aprofundamento.

Organizar uma roda de conversa com os professores sobre os exemplos de atividades de trabalho e pesquisa propostas nessa unidade. Debatam sobre a viabilidade desse tipo de proposta em sua realidade escolar e apontem o que identificam como positivo e possível, e o que possa apresentar maiores dificuldades ou mesmo impossibilidade de realização. Justifiquem suas conclusões e, sendo o caso, discutam alterações para melhor adequar as ideias das propostas.

A partir de cada área de conhecimento e levando em conta as características dos seus estudantes atuais, seus possíveis interesses e a cultura da comunidade local, formulem questões para a elaboração de um projeto de pesquisa e intervenção que possa mobilizar conhecimentos da área e com potencial de adesão dos estudantes à proposta.

Com as questões formuladas a partir das diferentes áreas, negociem um dos temas sugeridos que tenha o maior potencial integrador das áreas, para ser objeto de planejamento conjunto de um possível projeto a ser desenvolvido pelos estudantes. Nessa atividade deve ser favorecido o protagonismo dos jovens, assim como o trabalho como princípio educativo e a pesquisa como princípio pedagógico.

Façam o registro das diferentes etapas desta atividade e socializem com os demais professores em formação, publicando-as, em forma de artigo, no Portal EMDialogo, disponível em: <http://www.emdialogo.uff.br>

Referências

ABRANTES, P. **Avaliação e educação matemática**. Série Reflexões em Educação Matemática. MEM/USU - GEPEM, 1995.

BORTOLOSSI, H. J. **As verdadeiras proporções do homem vitruviano**. Disponível em: <http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-vitruvian-br.html> Acesso em: 12/09/2014.

BRASIL. Secretaria Nacional de Juventude. **Estação juventude: conceitos fundamentais – ponto de partida para uma reflexão sobre políticas públicas de juventude / organizado por Helena Abramo**. Brasília: SNJ, 2014. <http://www.ipea.gov.br/participacao/images/pdfs/participacao/politicas%20de%20juventude1.pdf> Acesso em: 5/9/2014.

BRASIL. (2013a). Secretaria de Educação Básica. **Formação de professores do ensino médio, etapa I - Caderno II: o jovem como sujeito do ensino médio / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; [organizadores: Paulo Carrano, Juarez Dayrell]**. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2013.

BRASIL. (2013b). Secretaria de Educação Básica. **Formação de professores do ensino médio, etapa I - Caderno III: o currículo do ensino médio, seu sujeito e o desafio da formação humana integral / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; [autores: Carlos Artexes Simões, Monica Ribeiro da Silva]**. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2013.

BRASIL. (2013c). Secretaria de Educação Básica. **Formação de professores do Ensino Médio, etapa I - Caderno IV: áreas de conhecimento e integração curricular / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica [autores: Marise Nogueira Ramos, Denise de Freitas, Alice Helena Campos Pierson]**. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2013.

BRASIL. (2013d). Secretaria Nacional de Juventude. **Pesquisa Nacional sobre Perfil e Opinião dos Jovens Brasileiros 2013** [elaboração/supervisão Helena Wendel Abramo, Elisa Guaraná de Castro, Gustavo Venturi, Ana Laura Lobato e Carla de Paiva Bezerra]. Brasília: SNJ, 2013. Disponível em: <http://www.ipea.gov.br/participacao/images/pdfs/participacao/pesquisa%20perfil%20da%20juventude%20snj.pdf> Acesso em: 5/9/2014.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação/ Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica, 2012.

BRASIL. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática/Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011**. Disponível em: www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=5512:pnld-2012-matematica Acesso em: 16/7/2014.

BRASIL. Emenda Constitucional nº 59, de 11 de novembro de 2009. **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 12 nov. 2009. Disponível em: www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/Emendas/Emc/emc59.htm Acesso em: 12/9/2014.

BRASIL. Conselho Nacional De Educação. Parecer CNE/CEB/nº 5/2011. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, **Diário Oficial da República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 24 jan. 2012.

Seção 1, p. 10. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=9915&Itemid=. Acesso em: 10/8/2014.

BRASIL. **Guia de livros didáticos: PNLD 2008**: Matemática/Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/file/1947-guia-pnld-2008-matematica> Acesso em: 23/0/2014.

CLARK, Lygia. **O mundo de Lygia**. Disponível em: www.lygiaclark.org.br Acesso em 12/09/2014.

D`AMBROSIO, U. **Por que se ensina matemática?** Disciplina à distância, oferecida pela SBEM. Disponível em: <http://apoioondrina.pbworks.com/f/Por%20que%20ensinar%20Matematica.pdf>. Acesso em 14/8/2014.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. Rio de Janeiro: Paz e Terra. Coleção Saberes. 1996.

_____. **Professora sim, tia não**: cartas a quem ousa ensinar. São Paulo: Olho d'Água. 1998.

FROTA, M. C. R. e BORGES, O. Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na Educação Matemática. **Anais da 27ª Reunião da ANPEd**. GT19: Educação Matemática. Minas Gerais: Caxambu. 21 a 24 de novembro, 2004. Disponível em: <http://27reuniao.anped.org.br/gt19/t199.pdf> Acesso em: 16/6/2014.

GALIAZZI, M. do C. e MORAES, R. Educação pela pesquisa como modo, tempo e espaço de qualificação da formação de professores de Ciências. **Ciência & Educação**. v. 8, n. 2, 2002. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v8n2/08.pdf> Acesso em 29/6/2014.

INHOTIM. **Helio Oiticica**: Invenção da cor, penetrável Magic Square #5, De Luxe, 1977. Disponível em: <http://goo.gl/aY6QSa> Acesso em: 23/09/2014.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e Didática**: As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez Editora, 1995.

_____. **Educação**: Projetos e Valores. São Paulo: Escrituras Editora, 2000.

MAELSTROMLIFE. **Michel Serres**: TICs e revoluções culturais e cognitivas. Disponível em: <http://goo.gl/0Is2FN> Acesso em: 19/08/2014.

MORAN, J. M. Como utilizar a Internet na educação: relatos de experiências. **Ciência da Informação**, v. 26, n. 2, p. 146-153, maio/ago. 1999. Disponível em: www.scielo.br/pdf/ci/v26n2/v26n2-5.pdf Acesso em: 12/6/2014.

MORAES, R. O significado do aprender: linguagem e pesquisa na reconstrução de conhecimentos. **Conjectura**, v. 15, n. 1, jan/abr. 2010. Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/conjectura/article/viewFile/188/179> Acesso em: 29/6/2014.

MOURA, A. Geração móvel: um ambiente de aprendizagem suportado por tecnologias móveis para a “geração polegar”. In DIAS, P.; OSÓRIO, A. J., org. – Challenges 2009: **Actas da Conferência Interna-**

cional de TIC na Educação, 6, Braga, Portugal, 2009. Braga: Centro de Competência da Universidade do Minho, 2009, p. 49-77. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/10056> Acesso em: 16/6/2014.

OITICICA, H. **Projeto Helio Oiticica**. Disponível em: www.heliooiticica.org.br Acesso em 12/09/2014.

PORTAL DO PROFESSOR. Espaço Aula. **Onde está a matemática na engenharia civil?** [autor: Guilherme Erwin Hartung]. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=27230> Acesso em: 19/8/2014.

_____. Espaço Aula. **GPS, vamos localizar os lugares?** [autora: Luciana Soares Muniz]. Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=43507> Acesso em: 19/8/2014.

PONTE, J. P. da.; BROCARD, J. & OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J. P. da. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Rev-SPCE\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Rev-SPCE).pdf). Acesso em: 24/7/2014.

PORCHAT, F. Ensina-me a viver. **O Estado de São Paulo**, São Paulo, 02 junho 2014. Disponível em: <http://goo.gl/fSxBSv> Acesso em: 16/8/2014.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não-matemáticos. In Parra, C. e Saiz, I. (org.) **Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. 2ª reimpressão. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

SCHNEPS, L. e COLMEZ, C. **A matemática nos tribunais: uso e abuso dos números em julgamentos**. Trad. George Schlesinger. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.

SEIFE, C. **Os Números (Não) Mentem: Como a Matemática Pode Ser Usada Para Enganar Você**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

UNESCO. **Currículo integrado para o ensino médio: das normas à prática transformadora**. Organizado por Marilza Regattieri e Jane Margareth Castro. Brasília: UNESCO, 2013. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002226/222630POR.pdf> Acesso em 12/9/2014.

YOUTUBE. **Pelos ares**. Canal Vevo: Adriana Calcanhoto. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=1nPTwUxTxR8&list=RDHC7-vx5sCyN2k> Acesso em 12/09/2014

ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO PEDAGÓGICO NO ENSINO MÉDIO

Etapa II – Caderno I

AUTORES

Denise de Amorim Ramos
Erisevelton Silva Lima
Fátima Branco Godinho de Castro
Maria Madselva Ferreira Feiges
Marta Mariano Alves
Rogério Justino

CIÊNCIAS HUMANAS

Etapa II – Caderno II

AUTORES

Alexandro Dantas Trindade
Arnaldo Pinto Junior
Claudia da Silva Kryszczun
Marcia Fernandes Rosa Neu
Eduardo Salles de Oliveira Barra
Marivone Regina Machado
Marcia de Almeida Gonçalves

CIÊNCIAS DA NATUREZA

Etapa II – Caderno III

AUTORES

Daniela Lopes Scarpa
Flavio Antonio Maximiano
Hildney Alves de Oliveira
Lana Claudia de Souza Fonseca
Sérgio Camargo
Silmara Alessi Guebur Roehrig

LINGUAGENS

Etapa II – Caderno IV

AUTORES

Adair Bonini
Claudia Hilsdorf Rocha
Fernando Jaime Gonzalez
Magali Oliveira Kleber
Paulo Evaldo Fensterseifer
Ruberval Franco Maciel

MATEMÁTICA

Etapa II – Caderno V

AUTORES

Iole de Freitas Druck
Maria Cristina Bonomi
Viviana Giampaoli
Ana Paula Jahn
Italo Modesto Dutra

FORMAÇÃO E INSTITUIÇÃO DOS AUTORES

Adair Bonini

Doutor em Linguística pela Universidade Federal de Santa Catarina, onde atualmente trabalha como professor e pesquisador.

Alexandro Dantas Trindade

Doutor em Ciências Sociais pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Atua como professor na Universidade Federal do Paraná - UFPR

Ana Paula Jahn

Doutora em Didática da Matemática pela Universidade Joseph Fourier (Grenoble), França, e professora na Universidade de São Paulo - Instituto de Matemática e Estatística, Departamento de Matemática (USP/IME)

Arnaldo Pinto Junior

Doutor em História pela Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, e atua como professor na Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

Claudia da Silva Kryszczun

Especialista em Filosofia Moderna e Contemporânea: Aspectos Éticos pela Universidade Estadual de Londrina (2014). Atualmente é professora da Secretaria Estadual de Educação

Claudia Hilsdorf Rocha

Doutora em Linguística Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), mesma instituição em que atua como professora

Daniela Lopes Scarpa

Doutora em Ciências da Educação pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP), mesma instituição em que atua como professora

Denise de Amorim Ramos

Mestre em Educação pela Universidade de São Carlos – Ufscar. Atualmente é professora na Universidade Federal do Tocantins

Eduardo Salles de Oliveira Barra

Doutor em Filosofia na Universidade de São Paulo, e professor do Departamento de Filosofia da Universidade Federal do Paraná, UFPR

Erisevelton Silva Lima

Doutor em Educação pela Universidade de Brasília, atualmente trabalha na Secretaria de Estado da Educação do Distrito Federal

Fátima Branco Godinho de Castro

Mestre em Educação pela Universidade Federal do Paraná, UFPR, e atua na Secretária de Educação do Estado do Paraná

Fernando Jaime Gonzalez

Doutor em Ciência do Movimento Humano pela Universidade Federal de Rio Grande do Sul, e professor da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul onde também é professor

Flavio Antonio Maximiano

Doutor em Química (Físico-Química) pelo Instituto de Química da USP (IQUSP). Atualmente é docente do Departamento de Química Fundamental do IQUSP

Hildney Alves De Oliveira

Especialista em Gestão Escolar pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, e especialista em Educação Profissional integrada à Educação Básica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Atualmente trabalha na Secretaria de Educação do Estado do Mato Grosso do Sul

Iole De Freitas Druck

PhD em Matemática pela Université de Montreal. Atualmente é professora doutora da Universidade de São Paulo

Italo Modesto Dutra

Doutor em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), e professor do Colégio de Aplicação da mesma universidade

Lana Claudia de Souza Fonseca

Doutora em Educação pela Universidade Federal Fluminense, e professora da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, na área de Ensino de Ciências e Biologia

Magali Oliveira Kleber

Doutora em Música pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul e professora da Universidade Estadual de Londrina

Marcia de Almeida Gonçalves

Doutora em História Social pela Universidade de São Paulo e professora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Márcia Fernandes Rosa Neu

Doutora em Geografia Humana pela Universidade de São Paulo e professora da Secretaria Estadual de Educação de Santa Catarina

Maria Cristina Bonomi

Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo e professora nesta mesma universidade, no Instituto de matemática e Estatística

Maria Madselva Ferreira Feiges

Doutora em Educação pela Universidade Federal do Paraná, e professora Aposentada do grupo magistério superior da mesma Universidade

Marivone Regina Machado

Especialista em Gestão Escolar, Supervisão e Orientação Educacional, pela instituição Padre João Bagozzi. Atualmente é professora da Secretaria Estadual de Educação do Paraná, na Disciplina de História.

Marta Mariano Alves

Especialização em Organização do Trabalho Pedagógico pela Universidade Federal do Paraná. Atualmente exerce a função de pedagoga na Secretaria de Estado da Educação do Paraná

Paulo Evaldo Fensterseifer

Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas. Atualmente é professor adjunto do Departamento de Humanidades e Educação da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ)

Ruberval Franco Maciel

Doutor em Estudos Lingüísticos e Literários de Inglês pela Universidade de São Paulo. Atualmente é professor efetivo da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)

Sérgio Camargo

Doutor em Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP) e professor na Universidade Federal do Paraná

Silmara Alessi Guebur Roehrig

Mestre em Educação em Ciências e em Matemática pela Universidade Federal do Paraná. Atualmente é professora da Secretaria de Estado da Educação do Paraná.

Viviana Giampaoli

Doutora em Estatística pela Universidade de São Paulo, mesma instituição em que atua como professora

**Ministério
da Educação**

